<36611650050012

Mathesis. Geometria applicata

MODO
DI MISURARE
LE FABRICHE
DI
D. GUARINO GUARINI C. R.
TEATINO MATEM:
DI
S. A R

In cui non vi è corpo, e quasi non vi è superficie, purche godi di qualche regolarità, che matematicamente non resti misurato, riducendosi à calcoli facilissimi anche quei piani, e quei corpi, di cui sin hora non è stato dato modo, che li misuri.

IN TORINO, M.DLC.XXIV.
Per gl' Heredi Gianelli. *Con lic. de' Superiori.*

ALL' ILLVSTRISSIMO SIGNOR, E PADRONE MIO COLLENDISS. IL SIGNOR

GIO ANDREA FERRARI

CONTE DI BAGNVOLO PRESIDENTE, E GENERALE DI FINANZE DI S. A. R.

ILLVSTRISS.mo SIGNOR

SONO queste mie carte per vscir alla luce ornate col nome di V. S Illustriss. gloriandosi nel lor nascimento d'esser donate, & appropriate, à chi se ne suole, e se ne deue in tante occasioni sì degnamente seruire; Per la carica, che tiene di Presidente, e Generale di Finanze di S. A. R. tutto quello si muoue nella sua Real Casa tutto da lei riceue, ordine, e misura,

 e si

e si compassa à suoi cenni, & ella tanto bene modera questa machina, che non vi è mouimento di sfera sì perfettamente aggiustato, ne progressione Mathematica, che tanto regolatamente si promoua, come i varij Ministri della Casa Reale si dispongono nelle loro fontioni per le prudentissime applicationi, che fà delle entrate Reali la sua mirabile prudenza. Quindi è, che goda l'Aritmetica d'essere sua Vassalla, e ne vasti volumi de stipendij, e spese, in cui tanto si profonde questa Corte con tanta essatezza gl'obbedisca, & in si bel compartimento si dispensi à suoi ossequij, che non vi è pur vno, che doler si possa, ò della persa, ò della differita mercede. Ma perche S. A. R. difonde nelle fabriche larghissimi Thesori, ed'ella anche di questi è il primo amministratore, son sicuro, che haurà à caro di vedere in queste mie carte doppo tanti secoli dà Archimede sin hora tras-

corsi

corsi trouate à molte sodezze, e superficij più precise misure, e soggettati anche quei corpi al compasso, che ribelli sonosi vantati sin hora del titolo d'immensurabili: & irrationali, e proterui, sdegnando ogni Geometra non hanno permesso che gli s'accosti, se non appresso à poco. Gli precederà dunque questo libro, qual Paggio, che porti la Torcia auanti al suo Signore nelle visite che farà delle fabbriche sontuose in questo accrescimento de Torino di S. A. R. e regolando le maniere del misurare farà che venghi à più verace cognitione della loro occulta grandezza, satisfacendo in ciò la giustitia, che sopportaua mal volontieri d'hauer anche in questo bendati i lumi, e che rauisi ancora nel medesimo punto à questa istessa face quanto sia grande il desio, che tengo di seruirla, mentre non potendo capir in me, m'è conuenuto stenderlo in vn libro, più *pronto stendersi all' opre; quando la fortuna mi fauorisce de suoi ambiti cenni, per il che dedicandomi doppo ossequiosissime riuerenze Resto.*

DI V. S. ILLVSTRISS.ma

Deuotiss. & Obligatiss. Seruo.
D. Guarino Guarini C. R.

Da Torino li 22. Luglio 1674.

A BENIGNI LETTORI.

HAuendo nel nostro Euclide, e nella sua appendice quadrate molte superficij, e cubati molti corpi, de quali prima era ignota la quadratura, e cubatione; mà non hauendo ridotte quelle dottrine; benche molto vtili alla prattica, & vso humano; perche appresso à qualch' vno non paressero puramente speculatiue, e solo appropriate à conoscer il vero, non practicarlo, m'hà parso bene per vtilità publica in questo breue libro dar qualche saggio prattico di esse, restringendomi solo à quello, che nell' vso delle misure, e massime delle fabbriche possono seruire: Perche se bene nel nostro Euclide tratto anche di trasformare, e partir le superficij, e i corpi; pure non hò voluto augumentare questi fogli con quelle prattiche; che venendo rare volte in vso poco accrescerebbono l'vtilità del libro, e non poco la spesa, di chi l'hauesse à compiare. Se dunque trouerà il benigno Lettore cosa, che l'aggradi, la goderà felice; che se nò, essendo poco il dispendio, poca occasione haurà d'attristarsi per hauerlo comprato, e sempre seruirà come molti altri per accrescere il numero, e la stima della sua libraria. Se incontrerà qualche parola, la quale essendo propria, non è però così vsitata nell'ordinaria forma di fauellare, non hò mancato nel fine d'aiutare l'intendimento di qualunque non essercitato ne termini Matematici, con spiegarne il significato, & in tal modo renderlo obediente, e facile all'vso d'ogni studioso di quest'arte, che se ne voglij seruire.

PRELVDIO

All' Arte di miſurare le fabriche.

PER miſurare le fabriche è neceſſario ſaper conti; e perche quelli, che compraranno queſto libretto non ſiano obligati à comprarne vn' altro, che gli dia le regole di conteggiare, però hò ſtimato neceſſario aggiongere al Trattato queſto breue Preludio, nel quale inſegnarò l' Aritmettica non già profuſamente, mà ſolo quello, che ſarà neceſſario per metter in eſſecutione le regole, che inſegno; ſi come darò alcuni modi di miſurare più giuſtamente, che ſia poſſibile, e anche porrò alcuni fondamenti delle prattiche, che deuo inſegnare. Quelli cioè, che hò tralaſciato nel noſtro Euclide ſtampato gl anni paſſati, nel quale ſono con euidenza prouati i fondamenti di queſte operationi, e chiaramente dimoſtrati.

CAPITOLO I.

DEL modo di eſercitare le prime cinque regole d Aritmettica.

Le regole prime, e fundamentali dell Aritmettica ſono cinque, la prima di leggere i numeri; la ſeconda di ſommare, la terza di ſottrare, la quarta di multiplicare, la quinta di partire, e queſte ſpiegherò breuemente in queſto capitolo.

PROPOSITIONE I.

Saper leggere i numeri.

Due cose s'han da osseruare ne numeri; l'vna l'istesso numero, l'altra il luogo, oue si troua; perche se nel primo luogo alla destra significa vnità, nel secondo significa decine, nel terzo centinara, nel quarto milliara, nel quinto decine di milliara, nel sesto centinara di milliara, nel settimo millioni, e così si torna da capo pigliando i millioni, e i millioni di millioni, ò con altro nome duellioni, e così i trillioni, &c. per vnità, e quando nel luogo oue suole star vn numero, si troua vn zero è segno, che in quel luogo non vi è alcuna proportione, che gli appartenga. Per essempio, se sono 340. vi sono trè centesimi, quattro decine, e nessuna vnità, mà in questo 509. vi sono cinque centesime, niuna decina, e noue vnità; così se si scriua questo numero 1000. significa non vi esser nè vnità, ne decine, ne centinara, mà solo milliara, e questo non essere più che vno, e le cifre seruono per porlo nel quarto luogo, doue solo può significar le milliara.

Dunque per dar vna regola di leggere, si farà così. Sopra ogni terzo numero si porrà vn punto, comminciando dal primo, e sopra ogni terzo punto vn numero, che comminci dal terzo punto, e vada crescendo come vedi.

2 1 0
. . . . .
34567890076893.

Doue sono i numeri, sono millioni, ò duellioni, ò trillioni, ò quadrioni &c. secondo, do, che il numero fourapoſto è 1. ò 2. ò 3. ò 4. e doue ſono i punti ſono milliara, i primi d'vnità, i ſecondi di milliara, i terzi punti d'vnità di millioni, il quarto di milliara di millioni, così di duellioni, &c Si leggerà donque così 34. trentaquattro duellioni 5. cinquecento 6 ſeſſanta 7. ſette milla, e 8. cento 90. nonanta millioni, 076. ſettanta ſei milla, e 893. ottocento nonantatrè vnità, e così ſi leggerà ogni ſorte di numero.

PROPOSITIONE 2.

Sommar i numeri.

S'hanno da collocar i numeri corriſpondentemente à ſuo luogo; acciòche il numero del primo luogo non ſia ſotto à quello del ſecondo, come vedi

Si ſommaranno donque i numeri	545
dell' iſteſſo luogo congiongendoli	7806
inſieme, e ſe vi ſonò nel numero dell'	45
vnità di decine portandole al ſecō-	29800
do, di centinara, al terzo, di milliara	38196

al quarto. Donque ſotto tirata vna linea, & andando all' in sù, i numeri primi vniti inſieme fanno 16. doue vi è vna decina; che ſcriuendo 6. ſi traſporti al ſecondo luogo, e ſi annoueri con gl altri numeri ſecondi ſignificanti decine, e fanno 9. che ſi noti; perche non ſono decine di decine, cioè cento, e però non ſi porti alcun numero; come ſi farebbe, ſe foſſe per eſſempio 29. perche ſcritto, che hauerei il 9. traſportarei il 2. Come intrauiene nella terza ſerie, doue i numeri vniti inſieme fanno 21. per il che ſcriuendo 1. ſi traſporti 2. ſignificante

milliara

PROPOSITIONE I.

Saper leggere i numeri.

Due cose s'han da osseruare ne numeri; l'vna l'istesso numero, l'altra il luogo, oue si troua; perche se nel primo luogo alla destra significa vnità, nel secondo significa decine, nel terzo centinara, nel quarto milliara, nel quinto decine di milliara, nel sesto centinara di milliara, nel settimo millioni, e così si torna da capo pigliando i millioni, e i millioni, di millioni, ò con altro nome duellioni, e così i trillioni, &c. per vnità, e quando nel luogo oue suole star vn numero, si troua vn zero è segno, che in quel luogo non vi è alcuna proportione, che gli appartenga. Per essempio, se sono 340. vi sono trè centesimi, quatro decine, e nessuna vnità, mà in questo 509. vi sono cinque centesime, niuna decina, e noue vnità; così se si scriua questo numero 1000. significa non vi esser nè vnità, ne decine, ne centinara, mà solo milliara, e questo non essere più che vno, e le cifre seruono per porlo nel quarto luogo, doue solo può significar le milliara.

Dunque per dar vna regola di leggere, si farà così. Sopra ogni terzo numero si porrà vn punto, comminciando dal primo, e sopra ogni terzo punto vn numero, che comminci dal terzo punto, e vada crescendo come vedi.

2 1 0

. . ; . .

3456789007 6893.

Doue sono i numeri, sono millioni, ò duellioni, ò trillioni, ò quadrioni &c. secondo, do, che il numero fourapoſto è 1. ò 2. ò 3. ò 4. e doue ſono i punti ſono milliara, i primi d'vnità, i ſecondi di milliara, i terzi punti d'vnità di millioni, il quarto di milliara di millioni, così di duellioni, &c Si leggerà donque così 34. trentaquattro duellioni 5. cinquecento 6 ſeſſanta 7. ſette milla, e 8. cento 90. nonanta millioni, 076. ſettanta ſei milla, e 893. ottocento nonantatrè vnità, e così ſi leggerà ogni ſorte di numero.

PROPOSITIONE 2.

Sommar i numeri.

S'hanno da collocar i numeri corriſpondentemente à ſuo luogo; acciòche il numero del primo luogo non ſia ſotto à quello del ſecondo, come vedi.

Si ſommaranno donque i numeri dell'iſteſſo luogo congiongendoli inſieme, e ſe vi ſonò nel numero dell' vnità di decine portandole al ſecõdo, di centinara, al terzo, di milliara al quarto. Donque ſotto tirata vna linea, & andando all'in sù, i numeri primi vniti inſieme fanno 16. doue vi è vna decina; che ſcriuendo 6. ſi traſporti al ſecondo luogo, e ſi annoueri con gl altri numeri ſecondi ſignificanti decine, e fanno 9. che ſi noti; perche non ſono decine di decine, cioè cento, e però non ſi porti alcun numero, come ſi farebbe, ſe foſſe per eſſempio 29. perche ſcritto, che hauerei il 9. traſportarei il 2. Come intrauiene nella terza ſerie, doue i numeri vniti inſieme fanno 21. per il che ſcriuendo 1. ſi traſporti 2. ſignificante millia-

545
7806
45
29800
38196

milliara, e s'vnisca con l'altro 9. e 7. che è nel 5. luogo, e fà 18. milliara, e si scriua l'8. mà si trasporti l'1. che significa decine di milliara, & 1. s'vnisca col 2. vltimo, e viene 3. decine di milliara; si che tutto il numero sommato fà 38196.

PROPOSITIONE 3.

Sottrar i numeri l'vn dall'altro.

Per sottrare i numeri bisogna collocare il minore sotto al maggiore cominciando dalla destra; in tal modo, che nel luogo corrispondino, e perche più d'vna volta auiene; che tutto il numero da sottrarsi sia assolutamente minore; mà, che i numeri corrispondenti ne luoghi in esso siano maggiori; come 678. è minore, che 2257. mà i numeri però corrispondenti à luoghi nel primo sono maggiori; per essempio il primo 8. è più che 7. primiero dell'altro, il secondo 7. è più che 5. secondo dell'altro, &c. Però per far, che il numero d'onde si deue sottrare; anche ne luoghi particolari sia maggiore, dourà prendersi in prestito vna decina dall'antecedente, e si farà così. Sia donque da sottrarsi 483. da 4340. Disposti i numeri corrispondenti à luoghi, e tirata vna linea, voglio leuar il 3. dal suo superiore, e trouo, che non vi è numero, mà vn zero, donque prendo vna decina dal seguente, e secondo 4. e cosi dico, che 3. leuato da 10. resta 7. ...ino il 7. e perche hò leuato vna decina ...già più non è 4. mà 3. e però vedo le 8. ...o si può leuar dal secondo 3. e perche ...può, accrescasi il 3. secondo con vna deci-

4340
483
3857

decina leuata dal terzo, e faccia 13. e dico 8. leuato dal 13. resta 5. scriuo donque il 5. e perche dal numero terzo superiore, che é 3. hò leuato vna decina, resta 2. dal quale dourei leuare il 4. inferiore, mà non si potendo di nouo leuo dal antecedente 4. vna decina, & accresco il 2. che è restato, e fà 12. dal qual leuo il 4. e resta 8. e perche non vi è più numero inferiore il 4. superiore resta 3. che scriuo, e così 4340. leuato 483. resta 3857.

PROPOSITIONE 4.

Multiplicar i numeri.

Il multiplicar non è altro, che prendere tante volte vn dato numero, quante vnità sono nell' altro; onde bisogna sapere quanto almeno i primi 10. numeri multiplicati frà se producono, che si potrà saper dalla seguente tauola; perche preso il numero da multiplicarsi in fronte, e il multiplicante da parte, nel commune concorso de quadretti si saprà qual numero con la loro scambieuole multiplicatione si generi.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Si porrà donque il numero multiplicante ſotto il numero da multiplicarſi corriſpondentemente al luogo, cominciando dalla deſtra, come vedi, e tirata vna linea ſi comincierà dal primo inferiore, che è 7. e ſi vedrà, qual numero produca, multiplicando il 2. ſuperiore à lui, e genera 14. il quale è numero, che occupa due luoghi; pero ſi ſcriuerà il primo 4. al primo luogo, e l' 1 ſi conſeruerà nella mente per metterlo al ſecondo luogo.

```
 14302
   947
------
100114
```

Multiplico dunque il ſecondo ſuperiore, e vedo, che non vi è numero da multiplicare, perche vi è vn zero, onde non hò altro che fare, ſe non ſcriuere quella vnità, e far l'iſteſſo del terzo 3. e multiplicarlo per 7. e genera 21. ſcriuo donque l' 1. e conſeruo il 2. per metterlo con i numeri della ſeguente multiplicatione. Multiplico d'indi il 7. per il quarto numero, e fà 28. e col 2. conſeruato

fà

da 30. scriuo donque l'o. e conseruo il 3. multiplico finalmente l'1. per 7. e fà 7. e con l'altro 3. conseruato fà 10. scriuo donque il 10. e già tutto il numero 14302 è multiplicato per 7. Bisogna donque hora multiplicarlo per il seguente 4. e si multiplicherà all'istesso modo; mà in scambio di cominciar dal primo luogo per essere questo numero del secondo luogo, si cominciarà à scriuere dall'istesso secondo, come vedi, multiplicando, prima il 2. per 4. e fà 8. che scriuo, nè conseruo nella mente alcun numero, perche non vi è numero secondo: onde lo scriuo nel secondo luogo, e perche il zero seguente non è numero; mà solo posto iui per mantener il luogo, e fare, che i seguenti siano nel suo proprio posto, però non hauendo, che multiplicare scriuo o. e così vado multiplicando gli altri; E finalmente finito questo prendo il terzo 9. e multiplico come prima; mà nel scriuere comincio dal terzo luogo, e così ponendo l'vn sotto l'altro faccio, come vna scala di numeri, i quali poi sommo nel modo insegnato, e quella somma, che è di 13543994. è il numero generato dalla multiplicatione di 14302. per 947.

```
   14302
     947
--------
  100114
  57208
 128718
--------
13543994
```

PROPOSITIONE 5.

Diuidere i numeri.

Sia da diuidersi il numero 5680. per 237. posto il numero diuisore 237 da parte, sopra lui tiro vna linea, come vedi, e poi comincio à vedere quante volte l'vltimo numero 2. del diuisore 237. ca-

```
2 29
----
 237
```

pisce

pisce in 5. vltimo di quello, che si di- 5686
uide, e vedo, che due volte; mà non 474
basta questa consideratione, e bisogna ——
anche vedere, se gl' altri capiscono 940
altretante volte in quel che resta, e 711
benche basti per il più veder ciò del ——
penultimo 3 se capisce in quel, che 229
resta dal vltimo di quello, che si diuide vnito al penultimo del medesimo; nulla di meno può occorrere, che s'habbi ad hauer risguardo anche tal volta all' antepenultimo 7. mà ciò ben rare volte. Vedo donque, che il 2. capisce nel 5. due volte, e che vi resta vna vnità, che col seguente penultimo fà 16. nel quale il penultimo del diuisore 3. capisce due volte, e più, mà non importa, purche non capisca meno. Laonde scriuo 2 sopra la linea, che si chiamarà Quotiente, e poi multiplico conforme la precedente tutto il numero 237. per questo 2. posto sopra la linea; e perche sono tre numeri 237. scriuo sotto l'antepenultimo 8. cioè il terzo, cominciando à sinistra, e faccio 474 da sottrarsi da 568. e resta 94. meno che 237. che se restasse eguale, ò maggiore sarebbe segno, ch' il numero Quotiente posto sopra alla linea 2. doueua esser preso più grande, e che l'operatione si deue rifare. Può anche auenire, che l'vltimo del diuisore non capisca nell' vltimo numero da diuidersi, per essempio, se il numero da diuidersi fosse stato 168. il 4. non sarebbe capito nell 1. & all' hora si douranno pigliare due numeri per vno, cioè l'vltimo, e penultimo, che è 16. e vedere all' hora quante volte vi capisce l'vltimo del diuisore con i medesimi risguardi al penultimo, & anche s'oc-

corre

corre all' antepenultimo, in questo caso il 2. nel 16 sarebbe capito non 8. mà 7. volte per dar luogo al penultimo 3. d'entrare anche lui altretante volte nel residuo.

L' istessa operatione si farà per diuidere il numero, che è restato, mà perche è meno, che il diuisore, sarà necessario accrescerlo con vn numero pigliato dal numero, che s'hà da diuidere, che viene appresso, e non è stato anche considerato, per esempio il 0. il quale aggiongo a 94. farà, che quel numero sia 940. maggiore del 237. diuisore; Che se à caso, come puol auenire non fosse maggiore, ò almeno eguale, come se fosse stato 140. all'hora si dourà porre appresso al 2. quotiente vn 0. che significa non vi esser luogo di diuisione, e al residuo s'aggiongerà vn' altro numero di quello, che si diuide; mà nel nostro essempio non succede così, e vi è luogo, che l'vltimo del diuisore 2. capisca nell' vltimo del residuo augumentato 940. quatro volte, & anche il penultimo 3. capisce in quel, che resta 140 altretante volte; però appresso al Quotiente 2. scriuo il Quotiente 4. e poi con questo 4. multiplico il diuisore 237. e fà 948. mà perche, è venuto in fine l' 8. di più, & è più 948. che 940. però hò fallato, che in questo caso si doueua hauer riguardo all' antepenultimo, e bisogna nel quotiente scriuer 3. e poi multiplicar all' istesso modo, e farà 711. che è numero minor che 940. e però lo sottrago da 940. e resta il numero 229. che scriuo, come rotto presso il Quotiente, mettendo il diuisore sotto vna linea, e questo residuo sopra essa, e vuol dire, che se hauessi vna cosa intiera, che hauesse 237. parti, di quelle se

 nè

nè douerebbono prender per ciascuno 229. si che se il numero 5680. dato da diuidersi sarà per essempio di ducatoni da distribuirsi à 237. soldati, ne toccaranno à ciascuno 23. e poi di ciascun ducatone, che resta se ne douranno fare 237. parti, e dare à ciascun soldato di quelle parti 229. e così sarebbono distribuiti egualmente à tutti 5680. ducatoni.

PROPOSITIONE 6.

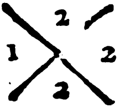
Essaminar le precedenti operationi se siano fatte bene.

Le due prime, che è il sommare, & il sottrare più facilmente si fanno con il replicarle vna, ò due volte, e la sottratione si può più facilmente fare con sommare insieme il numero, che si sottrahe, con quello, che resta, e vedere se fà l'istesso numero di prima; che se si produce l'istesso, la sottratione è ben fatta. Per essempio sottrago 36. da 49. resta 13. Voglio prouare se hò fatto bene, congiongo il 36. col 13. fà 49. come era prima, dunque la sottratione è buona.

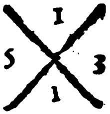
L'altre due regole di diuidere, e multiplicare si ponno anche prouar l'vna per l'altra; mà è laboriosa la proua; perche l'operationi istesse son laboriose: Onde gl' Aritmetici hanno trouato la regola, che si chiama del Noue, & io la prouo Trat. 8. p. 28. e 29. del nostro Euc. & si fa così nella multiplicatione.

Per essempio vogliamo sapere, se 14302. multiplicato per 947. faccia 13543994. sommo insieme tutti i numeri del numero multiplicante 947. e getto via tutti li 9. che vi ponno

ponno capire, e resta 2. e fatta vna croce scriuo 2. da vna parte come vedi. L'istesso faccio del multiplicato 14302. e resta 1. e questi multiplico insieme gettando pur li 9. se vi sono, e il resto ponendo sopra la croce, e nel nostro esempio fà 2. che scriuo sopra, vedo dunque se fatto l'istesso nel numero generato 1354?994. riesce l'istesso residuo 2. e perche riesce lo pongo sotto la croce, e dico che il numero è ben diuiso.



La diuisione si proua all'istesso modo. Per essempio prima si somma il diuisore della precedente diuisione 237. gettando li 9. tutto quello si può, resta 3. che scriuo da vna parte della croce, e poi sommo pure il Quotiente gettando tutti li 9. se vi fossero, e fà 5. che scriuo dall'altra parte, e questi multiplico insieme, e fanno 15 e gettato il 9. restano 6. che congiõgo col residuo 229. e gettati i 9. resta 1. che scriuo sopra alla croce. Vedo dunque se fatto l'istesso nel numero diuiso 5680. e sommato, e gettati li 9 resta 1. come restaua prima, che scriuo sotto la croce, e dico, che il numero, è ben diuiso; perche riescono eguali l'vno, e l'altro numero sopra, e sotto la croce.



CAPITOLO 2.

Della regola delle proportioni.

La regola delle proportioni, ò Aurea, ò del trè che si dica, è necessaria in questo breue trattato, benche non con tutta la sua estentione, perche non è necessaria, accompagnata co' i rotti, nè riuersa, nè composta.

milliara, e s'vnisca con l'altro 9. e 7. che è nel 5. luogo, e fà 18. milliara, e si scriua l'8. mà si trasporti l'1. che significa decine di milliara, & 1. s'vnisca col 2. vltimo, e viene 3. decine di milliara; si che tutto il numero sommato fà 38196.

PROPOSITIONE 3.

Sottrar i numeri l'vn dall'altro.

Per sottrare i numeri bisogna collocare il minore sotto al maggiore cominciando dalla destra; in tal modo, che nel luogo corrispondino, e perche più d'vna volta auiene; che tutto il numero da sottrarsi sia assolutamente minore; mà, che i numeri corrispondenti ne luoghi in esso siano maggiori; come 678. è minore, che 2257. mà i numeri però corrispondenti à luoghi nel primo sono maggiori; per essempio il primo 8. è più che 7. primiero dell'altro, il secondo 7. è più che 5. secondo dell'altro, &c. Però per far, che il numero d'onde si deue sottrare; anche ne luoghi particolari sia maggiore, dourà prendersi in prestito vna decina dall'antecedente, e si farà così. Sia donque da sottrarsi 483. da 4340. Disposti i numeri corrispondenti à luoghi, e tirata vna linea, voglio leuar il 3. dal suo superiore, e trouo, che non vi è numero, mà vn zero, donque prendo vna decina dal seguente, e secondo 4. e così dico, che 3. leuato da 10. resta 7. e scriuo il 7. e perche hò leuato vna decina dal 4. già più non è 4. mà 3. e però vedo se 8. secondo si può leuar dal secondo 3. e perche non si può, accrescasi il 3. secondo con vna deci-

4340
483
3857

decina leuata dal terzo, e faccia 13. e dico 8. leuato dal 13. resta 5. scriuo donque il 5. e perche dal numero terzo superiore, che é 3. hò leuato vna decina, resta 2. dal quale dourei leuare il 4. inferiore, mà non si potendo di nouo leuo dal antecedente 4. vna decina, & accresco il 2. che è restato, e fà 12. dal qual leuo il 4. e resta 8. e perche non vi è più numero inferiore il 4. superiore resta 3. che scriuo, e cosi 4340. leuato 483. resta 3857.

PROPOSITIONE 4.

Multiplicar i numeri.

Il multiplicar non è altro, che prendere tante volte vn dato numero, quante vnità sono nell' altro; onde bisogna sapere quanto almeno i primi 10. numeri multiplicati frà se producono, che si potrà saper dalla seguente tauola; perche preso il numero da multiplicarsi in fronte, e il multiplicante da parte, nel commune concorso de quadretti si saprà qual numero con la loro scambieuole multiplicatione si generi.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Si porrà donque il numero multiplicante sotto il numero da multiplicarsi corrispondentemente al luogo, cominciando dalla destra, come vedi, e tirata vna linea si cominciarà dal primo inferiore, che è 7. e si vedrà, qual numero produca, multiplicando il 2. superiore à lui, e genera 14. il quale è numero, che occupa due luoghi; però si scriuerà il primo 4. al primo luogo, e l' 1 si conseruerà nella mente per metterlo al secondo luogo.

```
14302
  947
------
100114
```

Multiplico dunque il secondo superiore, e vedo, che non vi è numero da multiplicare, perche vi è vn zero, onde non hò altro che fare, se non scriuere quella vnità, e far l'istesso del terzo 3. e multiplicarlo per 7. e genera 21. scriuo donque l' 1. e conseruo il 2. per metterlo con i numeri della seguente multiplicatione. Multiplico d'indi il 7. per il quarto numero, e fà 28. e col 2. conseruato

fà

fà 30. scriuo donque l'o. e conseruo il 3. multiplico finalmente l'1. per 7. e fà 7. e con l'altro 3. conseruato fà 10. scriuo donque il 10. e già tutto il numero 14302 è multiplicato per 7. Bisogna donque hora multiplicarlo per il seguente 4. e si multiplicherà all'istesso modo; mà in scambio di cominciar dal primo luogo per essere questo numero del secondo luogo, si cominciarà à scriuere dall'istesso secondo, come vedi, multiplicando, prima il 2. per 4. e fà 8. che scriuo, nè conseruo nella mente alcun numero, perche non vi è numero secondo: onde lo scriuo nel secondo luogo, e perche il zero seguente non è numero; mà solo posto iui per mantener il luogo, e fare, che i seguenti siano nel suo proprio posto, però non hauendo, che multiplicare scriuo o. e così vado multiplicando gli altri; E finalmente finito questo prendo il terzo 9. e multiplico come prima; mà nel scriuere comincio dal terzo luogo, e così ponendo l'vn sotto l'altro faccio, come vna scala di numeri, i quali poi sommo nel modo insegnato, e quella somma, che è di 13543994. è il numero generato dalla multiplicatione di 14302. per 947.

```
   14302
     947
 -------
  100114
  57208
 128718
 -------
13543994
```

PROPOSITIONE 5.

Diuidere i numeri.

Sia da diuidersi il numero 5680. per 237. posto il numero diuisore 237 da parte, sopra lui tiro vna linea, come vedi, e poi cominicio à vedere quante volte l'vltimo numero 2. del diuisore 237. capisce

```
2 29
----
 237
```

pisce

pisce in 5. vltimo di quello, che si di- 5686
uide, e vedo, che due volte; mà non 474
basta questa consideratione, e bisogna ——
anche vedere, se gl'altri capiscono 940
altretante volte in quel che resta, e 711
benche basti per il più veder ciò del ——
penultimo 3 se capisce in quel, che 229
resta dal vltimo di quello, che si diuide vnito al penultimo del medesimo; nulla di meno può occorrere, che s'habbi ad hauer risguardo anche tal volta all'antepenultimo 7. mà ciò ben rare volte. Vedo donque, che il 2. capisce nel 5. due volte, e che vi resta vna vnità, che col seguente penultimo fà 16. nel quale il penultimo del diuisore 3. capisce due volte, e più, mà non importa, purche non capisca meno. Laonde scriuo 2 sopra la linea, che si chiamarà Quotiente, e poi multiplico conforme la precedente tutto il numero 237. per questo 2. posto sopra la linea; e perche sono tre numeri 237 scriuo sotto l'antepenultimo 8. cioè il terzo, cominciando à sinistra, e faccio 474 da sottrarsi da 568. e resta 94. meno che 237. che se restasse eguale, ò maggiore sarebbe segno, ch'il numero Quotiente posto sopra alla linea 2. doueua esser preso più grande, e che l'operatione si deue rifare. Può anche auenire, che l'vltimo del diuisore non capisca nell'vltimo numero da diuidersi, per essempio, se il numero da diuidersi fosse stato 168. il 4. non sarebbe capito nell 1. & all'hora si douranno pigliare due numeri per vno, cioè l'vltimo, e penultimo, che è 16. e vedere all'hora quante volte vi capisce l'vltimo del diuisore con i medesimi risguardi al penultimo, & anche s'occorre

corre

corre all' antepenultimo, in questo caso il 2. nel 16 sarebbe capito non 8. mà 7. volte per dar luogo al penultimo 3. d'entrare anche lui altretante volte nel residuo.

L'istessa operatione si farà per diuidere il numero, che è restato, mà perche è meno, che il diuisore, sarà necessario accrescerlo con vn numero pigliato dal numero, che s'hà da diuidere, che viene appresso, e non è stato anche considerato, per esempio il 0. il quale aggiongo a 94. farà, che quel numero sia 940. maggiore del 237. diuisore; Che se à caso, come puol auenire non fosse maggiore, ò almeno eguale, come se fosse stato 140. all'hora si dourà porre appresso al 2. quotiente vn 0. che significa non vi esser luogo di diuisione, e al residuo s'aggiongerà vn' altro numero di quello, che si diuide; mà nel nostro essempio non succede così, e vi è luogo, che l'vltimo del diuisore 2. capisca nell' vltimo del residuo augumentato 940. quatro volte, & anche il penultimo 3. capisce in quel, che resta 140 altretante volte; però appresso al Quotiente 2. scriuo il Quotiente 4. e poi con questo 4. multiplico il diuisore 237. e fà 948. mà perche, è venuto in fine l' 8. di più, & è più 948. che 940. però hò fallato, che in questo caso si doueua hauer riguardo all' antepenultimo, e bisogna nel quotiente scriuer 3. e poi multiplicar all' istesso modo, e farà 711. che è numero minor che 940. e però lo sottrago da 940. e resta il numero 229. che scriuo, come rotto presso il Quotiente, mettendo il diuisore sotto vna linea, e questo residuo sopra essa, e vuol dire, che se hauessi vna cosa intiera, che hauesse 237. parti, di quelle se nè douerebbono prender per ciascuno 229. si che se il numero 5680. dato da diuidersi sarà per essempio di ducatoni da distribuirsi à 237. soldati, ne toccaranno à ciascuno 23. e poi di ciascun ducatone, che resta se ne douranno fare 237. parti, e dare à ciascun soldato di quelle parti 229. e così sarebbono distribuiti egualmente à tutti 5680. ducatoni.

PROPOSITIONE 6.

Essaminar le precedenti operationi se siano fatte bene.

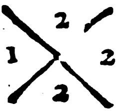
Le due prime, che è il sommare, & il sottrare più facilmente si fanno con il replicarle vna, ò due volte, e la sottratione si può più facilmente fare con sommare insieme il numero, che si sottrahe, con quello, che resta, e vedere se fà l'istesso numero di prima; che se si produce l'istesso, la sottratione è ben fatta. Per essempio sottrago 36. da 49. resta 13. Voglio prouare se hò fatto bene, congiongo il 36. col 13. fà 49. come era prima, dunque la sottratione è buona.

L'altre due regole di diuidere, e multiplicare si ponno anche prouar l'vna per l'altra; mà è laboriosa la proua; perche l'operationi istesse son laboriose: Onde gl' Aritmetici hanno trouato la regola, che si chiama del Noue, & io la prouo Trat. 8. p. 28. e 29. del nostro Euc. & si fa così nella multiplicatione.

Per essempio vogliamo sapere, se 14302. multiplicato per 947. faccia 13543994. sommo insieme tutti i numeri del numero multiplicante 947. e getto via tutti li 9. che vi

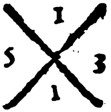
ponno

ponno capire, e resta 2. e fatta vna croce scriuo 2. da vna parte come vedi. L'istesso faccio del multiplicato 14302. e resta 1. e questi multiplico insieme gettando pur li 9. se vi sono, e il resto ponendo sopra la croce, e



nel nostro esempio fà 2. che scriuo sopra, vedo dunque se fatto l'istesso nel numero generato 1354?994. riesce l'istesso residuo 2. e perche riesce lo pongo sotto la croce, e dico che il numero è ben diuiso.

La diuisione si proua all'istesso modo. Per essempio prima si somma il diuisore della precedente diuisione 237. gettando li 9. tutto quello si può, resta 3. che scriuo da vna parte della croce, e poi sommo pure il Quotiente gettando tutti li 9. se vi fossero, e fà 5. che scriuo dall'altra parte, e questi multiplico insieme, e fanno 15 e gettato il 9. restano 6. che congiongo col residuo 229. e gettati i 9. resta 1. che scriuo sopra alla croce. Vedo dunque se fatto l'istesso nel numero diuiso 5680. e sommato, e gettati li 9 resta 1. come restaua prima, che scriuo sotto la croce, e dico, che il numero, è ben diuiso; perche riescono eguali l'vno, e l'altro numero sopra, e sotto la croce.



CAPITOLO 2.

Della regola delle proportioni.

La regola delle proportioni, ò Aurea, ò del trè che si dica, è necessaria in questo breue trattato, benche non con tutta la sua estentione, perche non è necessaria, accompagnata co' i rotti, nè riuersa, nè composta. Onde

Onde per non estendersi in regole non necessarie insegnaremo essa sola denudata da tutte le sue circonstanze. Il fine poi di questa regola è; dati trè numeri cauarne il quarto proportionale in tal modo, che così sia il primo al secondo, come il terzo al quarto, e però insegnaremo in questa.

PROPOSITIONE 7.

Dati trè numeri trouar il quarto proportionale.

Sian dunque dati trè numeri, e si cerchi vn quarto, al quale habbia tale proportione il terzo come hà il primo al secondo. Per essempio 3. 15. 24. e si cerchi se 3. dà 15. che daranno 24. si multiplichi 24. per 15. fà 360. e si diuida questo prodotto 360. per 3. farà 120. e questo è il numero che si richiede, perche 24. hà la medesima proportione à 120. che 3. à 15.

CAPITOLO 3.

Modo di cauar la radice quadra.

Cauar la radice quadra è quasi vn diuidere, e propriamente è vn cauare da vn numero vn'altro tale, che multiplicato per se stesso lo generi; per essempio, chi dal 144. cauasse la radice quadra sarebbe 12. perche questo numero multiplicato per 12. produce 144.

PRO-

PROPOSITIONE 8.

Cauar da qualſiſia numero la radice quadra.

Sia dato il numero, dal quale ſi debba cauare la radice quadra 289. Si ponga vn ponto ſopra il primo alla deſtra, cioè ſopra del 9. e laſciatone vno ſi ponga vn ponto ſopra il terzo, e così negl'altri, ſe ve ne ſiano, ſempre s'hà dà laſciar vn numero, e ſopra à quel, che ſegue porre vn ponto; poiche da queſti numeri pontati propriamente ſi caua la radice quadra: E prima vedo qual numero multiplicato in ſe ſteſſo capiſca nel numero pontato ſiniſtro 2. pigliando il maggiore, che vi poſſa capire, e vedo, che non capiſce nel noſtro eſſempio più che 1. benche in altri numeri potrebbe capir molto più per eſſempio ſe foſſe 3289 capirebbe 5. perche il 5. multiplicato in ſe fà 25. che capiſce per il più, che vi poſſa capire nel 32. ſtando che, chi pigliaſſe vn numero più grande d'vna vnità, come 6. non vi capirebbe facendo il 6. in ſe multiplicato 36. numero maggior, che 32. E nota, che; ſe nel principio vi ſono due figure di numero l'vno non pontato, e l'altro appreſſo pontato, quei due ſi prendono, come vno per cominciar la ſottratione.

Per tornar dunque al noſtro eſſempio l'1. è il maſſimo numero che poſſa capir nel 2. e però lo pongo da parte ſeparandolo con vna linea, e ſotto pongo 1. che multiplico per l'1. numero di ſopra, e fà 1. dà ſottrarſi dal 2. pontato, e reſta 189. Fatto queſto duplico il

289	17
1	1
189	27

numero posto da parte diuiso dalla linea che è l'1. e fà 2. e vedo quante volte capisce nel seguente numero non pontato, e con l'antecedente alla sinistra, se vi è, che nel nostro essempio è 18. e capisce noue volte, mà quante volte capisce il 2. nell'8. tante ha dà capir nel residuo l'istesso numero delle volte multiplicate in se; E però perche il 2. nel 18. capisce 9. volte, anche il 9. numero delle volte predette multiplicato in se deue capir nel residuo 9. e perche non vi può capire deuo prender meno che 9. cioè 7 così il 2 capisce 7. volte nel 18. e resta 4. che col 9. dice 49. e il 7. multiplicato in se capisce nel residuo 49. e però appresso all 1. scriuo 7 & anche appresso al 2. e poi multiplico 7. per 7. fà 49. scriuo 9. e tengo il 4. e poi di nuouo multiplico 2. per 7. e fà 14. à cui aggiongo il 4. seruato da parte, e fà 18. che scriuo presso il 9. e fa 189. il qual numero sottrago dal residuo 189. e resta nulla. Perilche è sottrata la radice quadra, che è 17. e perche non vi è rimasta cosa alcuna; però concludo, che il numero era quadrato; che se fosse rimasta qualche cosa non era veramente quadrato.

Può darsi il caso, che dal residuo 189. non s'hauesse potuto cauar la radice, come se fosse stato 115. ò 120. il numero dato; perche sottrato l'1. sarebbe restato 15. ò 20. Hor duplicato il 2. non capisce nell'1. non pontato, e se capisce, come nel 20. in cui capisce vna volta, non però nel residuo capisce alcuna volta, perche è 0. e per questo, quando ciò occorra, ò sia nel mezzo, ò sia nel fine, sempre si ponne vn 0. e del restante si fa all'istesso modo.

modo, come habbiamo insegnato. Per essempio se fosse stato dato il numero 12036. sottrata la radice quadrata 1. dal 2 non pontato del residuo 20. non posso cauar la radice 1. duplicata; cioè 2. e però pongo appresso all 1. il 0. & il residuo, che è 203. considero come prima, e vedo quante volte in lui capisce la radice duplicata 20. e vedo, che 9. volte, & il residuo è tale, che vi capisce anche il 9. noue volte, però pongo 9. presso la radice 10. e fà 109. radice quadrata, è presso la radice duplicata 20. e fà 209. e poi multiplico 209. per 9. e fà 1881. che sottrati da tutto il residuo 2036. restano per numeri rotti 155.

De quali s'hà da vedere, se siano più di quello conuiene ò nò; perche può esser, che ancorche il conto sia fatto bene; non sia però estrata la radice quadrata, che si richiede, cioè la massima, che possa capire nel numero dato; mà qualch' vna minore, e perciò si duplicarà la radice quadrata estrata, e si aggiongerà 1. come duplicato 109 e fatto 218. aggiongendo 1. farà 219. se donque il residuo sarà 219 ò più, sarà souerchio, onde la radice quadrata potrà esser maggiore, che se è meno, come è nell' essempio, doue è solo 155. è segno, che la radice quadrata è la massima, e che per questo capo la radice quadrata è ben sottrata.

PROPOSITIONE 9.

Prouar la radice quadrata.

Questo si farà facilmente, perche multiplicandola per se stessa, e aggiongendo il suo residuo, se restò; se sommato tutto insieme restituisce il numero primiero, è certo, che la radice quadrata è ben sottrata massime, se già è certo per la precedente nel fine, che il residuo non sia stato souerchio. Per essempio 109. multiplicato in se fà 11881. à cui aggionto il residuo 155. fà 12036 come prima, dunque la radice quadra fù estratta bene.

PROPOSITIONE 10.

Approssimarsi alla radice quadra.

Quando vn numero non hà radice quadrata, perche non è quadrato, si può bene andarsi accostando ad essa, mà non si può giamai essatamente trouare, e solo sempre si può hauer più, e più giusta.

Per ottener dunque questa approssimatione, si farà così. S'aggiongeranno al residuo del numero dato due zeri, è si seguirà à sottrare la radice quadra come prima, e poi il numero, che ne verrà, si porrà à modo di rotto sopra alla linea, supponendo il 10. sia per essempio il residuo precedente 155. aggiongo due 00. fà 15500. soprapongo vn ponto al primo destro 0. e duplico la radice 109. e fà 218. e vedo quante volte capisce ne numeri non pontati, e vedo, che capisce 7. volte, scriuo donque il 7. presso la radice duplicata 218. fà 2187. e multiplico questo 7. con tutta la radice duplicata, cioè 2187. per 7. e fà 15309. che sottrago dal residuo 15500. e resta per residuo 191. e poi pongo presso la radice 109. il 7. ritrouato sopra il 10 con vna linea che li framezzi à questo modo 109. $\frac{7}{10}$ e significa, che la radice è di parti 109. e sette deci-

decimi. Che se si vorrà più essata si porranno presso il residuo della radice quattro zifre, mà nel rotto in vece di dieci si porrà 100. vna zifra di piu, e se si porranno 6. zifre presso il residuo, il denominatore s'accrescerà d'vna zifra, e sarà 1000.

CAPITOLO 4.

Modo di quadrare, e cubicare secondo alcuni paesi

Benche non sia per seruirmi di questo modo per esser particolare d'alcuni Paesi, e che non serue in ogni regola di misurare, mà solo in occasione d'hauer da misurare rettangoli, ò parallepipedi, cioè come muri di superficij piane, e non può seruir in ogni occasione di superficij, ò corpi tondi, se prima non sono ridotti à qualche figura, ò piana, ò cuba, nulladimeno per esser bella, & vsata come dissi in qualche luogo, e particolarmente quì in Piemonte, nè hò voluto dar le regole.

PROPOSITIONE 11.

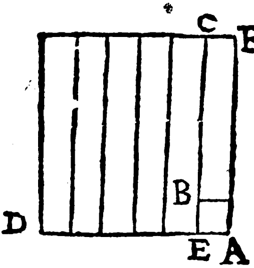
Ridur in piano qualsisia data misura.

Diuidono la misura, e linea di misurare i Piemontesi in trabucco, ò pertica, che consta di piedi 6. & ogni piede in 12. onze, & ogni onza in 12. ponti, & ogni ponto in 12. Attomi. Hor vna superficie piana presso di loro, che serue per misurare ogni altra maggiore superficie, è vn quadrato, il quale habbi ogni lato d'vn trabucco; mà doue l'altre nationi subdiuidono questo quadrato per hauer misure più picciole in tanti piccioli quadrati

larghi,

larghi, & alti quanto è la parte in cui si subdiuide il lato, essi lo subdiuidono in tanti rettandogli longhi vn trabucco, e larghi, quanto è la parte, in cui si subdiuide il lato.

Per essempio appresso à Piemontesi il piede piano e AC. rettangolo lungo vn trabucco, e largo vn piede, che è vna parte delle 6. in cui si subdiuide il lato AD; la doue presso gl'altri AB è il piede, largo vn piede, & alto vn piede, che è pur la 6. parte, in cui si diuide il lato AD; E così l'onza è la 72 parte del lato AD d'vn trabucco, ò la 12 del lato AE d'vn piede longa, però vn trabucco, quanto è il lato AF, mà appresso l'altre nationi l'onza è longa, quanto larga, cioè la 12. parte d'vn piede, come d'AE. Il ponto è la 12. d'vn'onza in quanto alla larghezza, ò la 864. d'vn trabucco, e l'Attomo la 12. d'vn ponto, e la 10368. d'vn trabucco, mà in quanto all'altezza è la medesima, che di tutto il trabucco.



La forza però della multiplicatione è tale, che quando si multiplica vna misura per l'altra dà tanti quadrati, che siano eguali, e dell'istessa altezza, e larghezza, e però vn trabucco multiplicato per il trabucco da trabucchi quadri; piedi cō piedi da piedi quadri, onze

onze con onze; onze quadrate, e se sono disuguali da tanti rettangoli, che per vn lato hanno vna misura, per l'altro l'altra, come trabuchi per piedi daran piedi alti vn trabucco, larghi vn piede, trabucco per onze rettangoli lunghi vn trabucco, larghi vn'onza, &c. mà se si multiplica piede per piede, e vogliamo intendere di piedi larghi vn piede, lunghi vn trabucco, non si può. Mà perche vn piede quadrato è onze quadrate 144. e l'onza longa alla Piemontesa vn trabucco contiene onze quadrate 72 Quindi è, che piede con piede faccia onze duplicate lunghe vn trabucco, perche in verita fà 144. onze, che ridotte in rettangoli larghi vn'onza, alti vn trabucco ne fà due, poiche ciascuna è 72. che duplicato compisce 144. E si multiplicano onze con onze fanno onze quadrate, e perche ogni onza quadrata contiene 144. ponti, cioè Attomi 20736. e l'onza lunga vn trabucco Attomi 10368. però perche vn'onza quadrata fà al doppio d'Attomi, che l'onza longa; per questo vn'onza multiplicata con vn'onza fà Attomi doppij lunghi vn trabucco, larghi vn Attomo. E l'istessa raggione è, se si multiplicano piedi con onze, perche questa multiplicatione darebbe rettangoli alti vn piede, larghi vn onza; mà conforme il senzo de' Piemontesi vorrebbe esser l'onza alta vn trabucco, però alta sei volte di piu; Onde non puo generare onze; perche quelle non sarebbono più alte d'vn piede; genera donque ponti duplicati, perche ogni onza contiene 144. ponti, e però vn'onza alta vn piede conterrà ponti 1728. ma vn'onza longa vn trabucco è ponti 864. la meta di 1728.

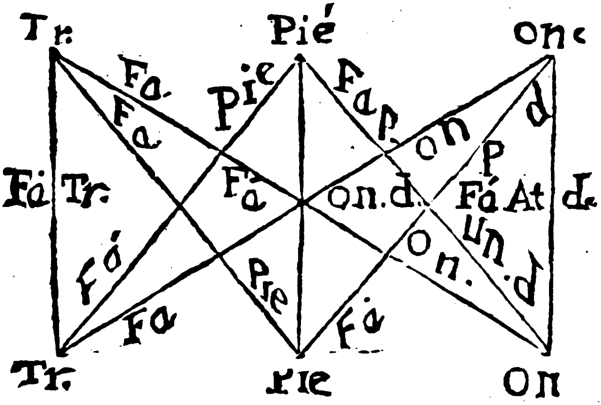
dun-

dunque vn piede multiplicato per vn'onza fà ponti duplicati, cioè due rettangoli alti vn trabucco, larghi vn ponto.

E da questa dottrina si cauano le regole seguenti.

Trabuchi per Trabuchi	fà Trabuchi
Trabuchi per piedi	fà piedi
Trabuchi per onze	fà onze
Piede per piede	fà onze doppie
Piede per onze	fà ponti doppij
Onze per onze	fà Attomi doppij

E si multiplicano, come quì vedi nella seguente figura.



PER essempio sia vn piano alto Tr. 2. P. 2. On. 7. per vn lato, per l'altro Tr. 7. P. 4. On. 9. si disporranno i Trab. sotto à Trabuchi,

chi, l'onze ſotto l'onze, e i piedi ſotto a piedi come vedi, e tirata vna linea ſi multiplicaranno inſieme come additono le linee nella figura. Prima, i trab. 2. con i trab. 3. fanno 6. trab. e poi con i piedi fanno piedi 8. e 6. e poi con

2	2	7		
3	4	9		
6	8	21	56	
	6	18	36	126
		16		
9	1	3	6	6

l'onze fanno onze 21. e 18. e poi i piedi frà ſe fanno onze 8. duplicate, cioè 16. e poi con l'onze fanno ponti 18. e 28. duplicati, cioè 36. e 56. e poi l'onze frà ſe fanno Attomi doppij 63. cioè 126. Mà per ridurli, e ſommarli ſi ſpartiranno gl' Attomi per 12. e faranno 10. ponti con 6. di reſiduo, però ſcriuerò il 6. ſotto gl' Attomi, e porterò il 10. e sōmerò con eſſo gl'altri ponti 56. 36. e faranno 102. che diuiſi per 12. faranno 8. onze con il reſiduo di 6. ſcriuerò donque 6 frà ponti, e porterò 8. frà l'onze, e lo ſommerò con eſſe, e ſarà la ſomma onze 63. che ſarà diuiſa per 12. Piedi 5. col reſiduo d'onze 3. che ſcritto portarò il 5. frà piedi, e ſommarò con eſſi, e farà piedi 19 che diuiderò per 6. e ſaranno 3. e reſtarà di reſiduo 1. ſcriuo dunque 1. e porto li 3. frà trabucchi, e li ſommo con li 6. trabucchi, e ſaranno 9. Concluderò dunque, che quell' area, che hà per vn lato Tr. 2. P. 2. On. 7. e per l'altro Tr. 3. P. 4. On. 9. ſarà d'area, e ſuperficie Tr 9. Piedi lunghi 1. Onze lunghe 3. ponti 6. Attomi 6. tutti rettangoli longhi vn trabucco.

PRO-

PROPOSITIONE 12.

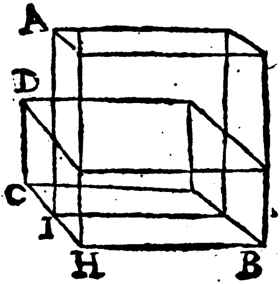
Data vn'area, e l'altezza trouar la sua cubatione.

Sia data vna superficie come la precedente Tr. 9. P. 1. On. 3. (delli ponti, e delli Attomi non si fà più caso, perche sono minutie, che fanno quantità nell' operationi; mà come residui sono sprezzabili) e sopra à questa s'intenda alzato vn corpo alto Tr. 4. P. o. On. 10. Si farà all' istesso modo come prima.

4	0	10		
9	1	3		
36	0	90	20	60
	4	12	0	
		0		
38	0	8	1	0

Et s' intende à questo modo; e prima in quanto à trabucchi s'intendono di trabucchi cubi, cioè, che quel corpo capirebbe 36. corpi, de quali ciascuno fosse alto, largo, lungo vn trabucco. In quanto à piedi in questo essempio non ne habbiamo, mà se vi fossero ciascun di essi sarebbe vn corpo lungo, e largo vn trabucco; mà alto solo vn piede: poiche ogni superficie larga, e lunga vn trabucco multiplicata per vn piede da vn corpo lungo, e largo vn trabucco, alto vn piede multiplicato per vn' onza da vn corpo lungo, e largo vn trabucco, alto vn' onza; mà se si multiplicaranno piedi con piedi lunghi vn trabucco, larghi vn piede daranno onze duplicate.

plicate. Poiche ogni superficie larga vn piede, lunga vn trabucco, multiplicata per vn piede da vn corpo alto solo vn piede, mà largo vn piede lungo vn trabucco come era: mà perche vn piede quadrató è 144. onze, delle quali vn' onza alta vn trabucco si è 72. però piede, con piede multiplicato, si come fà vn piede in altezza, e però quella superficie, che si elleua sopra il lato di oncie 12. quadrata, ne hà 144. così fà oncie due sode, in altezza, le quali pur anche sono 144. In tal modo, che il corpo BA, e BD sono eguali per esser tali le superficij HA, & HD, per la 19. Tr. 10. del nostro Euclide per esser HI di 2. onze all' HC di 12. come l' HC. 12. all' IA 72. Onde il quadrato HD resta eguale al rettangolo HA: e però anche i corpi sopra essi collocati BA, BD egualmente alti per la propositione 4. 5. e 6. del Trattato 34. dell' istesso.



E l'istessa raggione è dell' onze, perche i piedi multiplicati per onze danno ponti duplicati, cioè corpi larghi, e lunghi vn trabucco, alti però due ponti; perche sarebbono vn' onza soda, alta vn piede, lunga vn trabuco, larga vn' onza, cioè 12. ponti: mà

HI 2.

HI 2 & à HC 12. come CH ò CD di vn piede, cioè di ponti 144. à IA di ponti 864. cioè vn trabucco, dunque per la 18. del 10. Tratt. del nostro Euclide sarà eguale il rettangolo HD largo vn onza, alto vn piede rettangolo HA largo ponti 2. alto vn trabucco, per il che per le propositioni cittate anch'i corpi d'egual altezza BA, e BD. E così s'argumenterà delle onze multiplicate per onze, che daranno Attomi duplicati; perche così è il lato largo, due Attomi al lato alto vn'onza; cioè 144. Attomi, come 144. à 1038. Attomi, che fanno vn lato d vn trabucco. Onde il rettangolo fatto d'vn lato di due Attomi è alto vn trabucco sarà eguale ad vn quadrato d'vn' onza, e però anche i corpi posti sopra di essi dell'istessa altezza. E perche nella multiplicatione và così; sommati anche e ridotti s'intenderanno i trabucchi cubi, i piedi lunghi, e larghi vn trabucco, alti vn piede l'onze per corpi lunghi, e larghi vn trabucco, & alti vn'onza.

Se poi si vorranno ridurre in mura, ò grossezze di onze 10. si multiplicaranno i trabucchi per 7. $\frac{2}{10}$ multiplicando prima il numero dato per essempio Tr. 38. per 7. e farà 266. e poi per 2. e farà 72. che diuiso per 10. fà 7. $\frac{2}{10}$. in tal modo, che saranno sommando 7. con 266. Tr. 273. $\frac{2}{10}$. Grossi On. 10. mà li piedi per 1. $\frac{2}{10}$. facendo nell'istesso modo, e si fanno piedi grossi on. 10. Se si vorranno ridurre in muri, in grossezze d'onze 6 si multiplicaranno i trabucchi per 12. & i piedi per 2. Se in muri d'onze 12. si multiplicaranno i trabucchi per 6. & i piedi si lasciaranno così senza multiplicarli: sicome anche in ogn'vna

di

di quelle operationi l'onze mai si multiplicaranno.

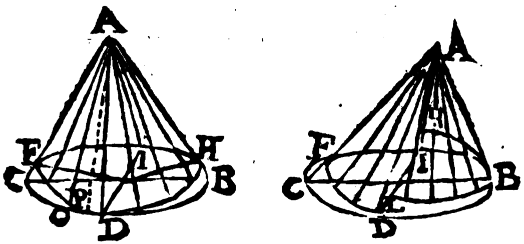
CAPITOLO 4.

Propositioni, che seruono di fundamento ad alcune regole di misurare.

Queste sono propositioni, le quali supplisconoal nostro Euclide acresciuto, e stabiliscono alcune dottrine iui non considerate, ò pure alcune propositioni, che erano ristrette à certo genere di superficij, ò di corpi le dilattano, e rendono più vniuersali.

PROPOSITIONE 13.

Se sopra vn cono obliquo, ò elliptico si tira vna linea, cominciando dal lato più corto sino alla metà più lunga, ò dalla metà più corta, fino al lato più lungo, la quale sia equidistante dal vertice, l'area compresa trà questa, e le due linee mediocri nel cono scaleno, ò più corte di tutte nel cono elliptico sarà eguale al rettangolo fatto da vna di quelle, e la metà della circonferenza.



Sia il cono scaleno, ò elliptico ABC, e nel cono elliptico s'elleghino le più corte linee IA AD, e nel cono scaleno le mediocri e le più corte, e da queste si tiri per sopra la superficie del cono elliptico la IFD, ò l'IHD equidistante dal vertice A, e nel cono scaleno la IFD, e l'HBL equidistante pur dal vertice A, dico, che il spatio compreso AIFD, ò AIHD, ò HBLA sarà eguale ad vn rettangolo, che habbi per base la metà della IFD, e dell'altre, & i lati siano quanto l'AD, ò IA, cioè quanto la distanza della linea tirata IFD fino al vertice A.

Per prouar la qual propositione, si diuida la linea DFI tirata equidistante dal vertice in quante parti parerà, e si tirino le linee rette dal vertice A, e per quelle s'intenda passare vna superficie piana, come DAO, si che sotto à triangoli curui, che fanno le linee rette descendenti dalla cima A alla curua DFI equidistante da lui, s'intendano triangoli piani compresi dalle medesime linee, e dalle basi DO, & altre subtense alla curua predetta DFI. Ciascun di questi triangoli piani sarà eguale ad vn parallelogrammo, la cui altezza sia PA, e la base sia la metà PD della DO: Hor se questi triangoli s'andaranno tanto multiplicando, che la retta DO differisca insensibilmente dalla curua DO, come prouo auenire nel preassunto del Tratt. 34. al principio; La PA terminarà sensibilmente nella curua DO, e sarà eguale alla DA.

Per il che ogniuno di quei triangoli sarà eguale ad vn parallelogrammo, che sia alto quanto DA, e largo quanto la metà della curua DO per la 1. del nostro Eucl. Tratt. 10. Dal che segue, che anche tutto il spatio IFDA constante di questi triangoli sarà eguale ad vn rettangolo compreso sotto l altezza DA,

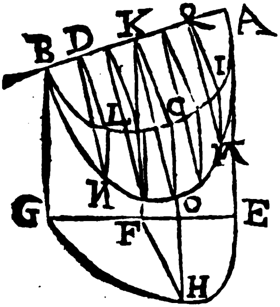
e la

e la DF metà di tutta la curua IFD, che è quello, che si doueua prouare.

PROPOSITIONE 14.

Se la settione obliqua d'vn semicilindro elliptico sarà circolare, e per il diametro obliquo di esso passarà pur obliquamente vn'altro piano, si verificheranno della superficie intrapresa da queste due settioni tutte quelle propositioni, che si verificono in vna superficie d'vn cilindro circolare intrapresa, come si è descritto da vn circolo, che seghi rettamente, e da vn ellipsi, che seghi obliquamente, e passi per vn diametro del medesimo circolo.

Habbiamo posto al Trattato 31. del nostro Euclide Espens. 2 alcune propositioni, che quadrano la superficie d'vn semicilindro tondo tagliato ad angoli retti da vn circolo, e tagliato di nuouo da vn'altro piano per trauerso, & obliquamente, che passi per il diametro del circolo predetto; come sarebbe la superficie ABOC del semicilindro ABCEHG tagliato dal circolo ABC, se fosse ad angoli retti, e dal piano ABO, che per la propositione 22. tratt. 25. è ellipsi.



Mà considerando poi più essattamente l'hò trouate più vniuersali, e presupponendo, la cognitione d'esse, quì solo intendo di mostrare, che si verificono anche, che la settione circolare sia obliqua, come auiene in vn cilindro elliptico; cioè che habbi le basi rette all' asse, che siano ellipsi, ò ouali, quando sarà segato obliquamente in tal modo, che la metà KB del diametro sia eguale alla metà del asse maggiore HF delli ellipsi della base.

La propositione si proua mostrando, che si può fare la medesima inscrittione de triangoli, equiangoli, e paralleli, come in quel caso, e però tutto quello, che s'argomenta da quella inscrittione, si deue anche cauar da questa.

Si facci dunque passare per la linea FK, che è l'asse, vn piano normale al piano EGAB, e farà nel circolo ACB la settione, e segno CK, nell' ellipsi BAO la OK, e nella superficie del semicilindro la OC, e si formarà vn triangolo CKO. A questo piano paralleli se ne faccino passar delli altri, come LDN, & MIQ, e le settioni saranno parallele per la 14. Tr. 22. e però saranno i triangoli equiangoli per la prop. 2. Tr. 10.

Di sopra più quelli, che sono egualmente distanti del centro K, e dal piano OCK saranno eguali frà loro, perche il rettangolo AQ, QB, e al rettangolo AD, DB come il quadrato QI, al quadrato LD per esser eguali ad essi per la 35. Tr. 6. e così il quadrato QM al quadrato DN per la 6. prop. Tr. 24. mà i rettangoli AQ, QB, & AD, DB sono eguali, dunque anche i quadrati eguali QI con LD, & MQ con DN; dunque anche i lati eguali;

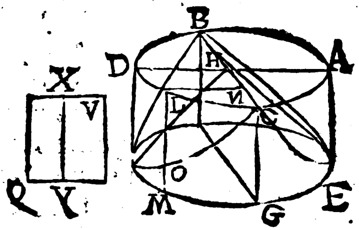
Per

Per il che essendo paralelli, come quelli delle propositioni del Tr. 31. Espeni. 2. equiangoli come quelli, eguali frà di loro, se sono equidistanti dal centro, come quelli, che hanno i lati l'vno seni d'vn circolo, come LD, & QI, l'altri applicate d'vna ellipsi come ND, MQ, li terzi lati paralleli sù la superficie del cilindro, come quelli, come IM, NL, presi, e tirati da vn circolo ACB, come quelli. Dunque tutto quello, che s'argomenta da quella inscrittione, si deue anche argomentare da questa, che in altro non differisce, se non nell' obliquità del circolo, e conchiudere, come in quelle alla prop. 34. Tr. 31. che la superficie curua AMONBC del semicilindro sia eguale al rettangolo fatto dall'altezza OC, e dal diametro AB.

PROPOSITIONE 15.

Vn cilindro circolare tagliato â modo di cuneo per il diametro della base di basi parallele siano rette, ò oblique, fà due superficij curue, l'vna delle quali è eguale al rettangolo compreso dal semidiametro, e vn settimo, e dall' altezza del cilindro.

Sia il cilindro ADEF tagliato per il diametro CB à modo di cuneo dai due piani CFB, & EBC, lascierà la superficie acuta ECF da due parti, della quale superficie io dico, che è eguale al rettangolo fatto dalla DF, ò CG eguali, e dal semidiametro CH con la settima parte d'esso.



Lo prouo. Tutta la superficie ambiente il cilindro è eguale al rettangolo compreso dalla circonferenza AB DCA, & dall' altezza FD, cioè da trè diametri, e dalla settima parte di esso, che tale proportione hà la circonferenza al diametro Prop. 3. Tr 18. del nostro Euclide. Ma la superficie BDCF è eguale al rettangolo fatto d'vn diametro, e dell' altezza DF, come li raccoglie Pr. 2. Tr. 31 del nostro Euclide, e così la superficie CEAB. Dunque per le due superficie acute ECF, & EBF restarà il rettangolo fatto dal terzo diametro, e suo settimo. Dunque essendo ambe le superficij eguali, ciascuna di esse sarà eguale al rettangolo fatto dal semidiametro HC, e suo settimo, & dall'altezza del cilindro CG.

PROPOSITIONE 16.

Vna portione della detta superficie tagliata da linee rette parallele all' asse del cilindro è eguale al rettangolo compreso dalla portione del giro intrapreso trà le parallele, e dall' altezza del cilindro, leuato però vn rettangolo compreso dall' altezza del cilindro, e dal senò verso subtendente l'istesso giro.

Sia la superficie acuta ECF del cilindro AF, e si cerchi la quantità di vna parte intrapresa

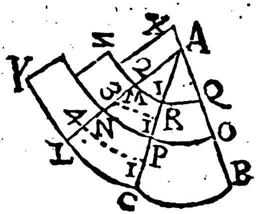
presa trà le due linee parallele CG, LM: Io dico, che vn rettangolo fatto d'vna linea retta eguale all'arco GM, e dall'altezza CG gli è eguale, dedotto però vn rettangolo fatto dall'altezza GC, e dal seno verso CN.

Si proua, perche il rettangolo fatto d'vna linea eguale all'arco GM è di altezza GC, qual si presuponga sia VQ è eguale alla superficie CLGM, come prouo prop. 4. Tr. 31. & il rettangolo CN, & CG, quale è XQ rettangolo per la prop. 24. Tratt. 31. eguaglia la superficie CLO; dunque VQ sottrato il rettangolo XQ, cioè il residuo rettangolo VY vguagliarà la superficie COGM.

PROPOSITIONE 17.

Se sarà diuiso vn cono retto in parti eguali, e tagliato in parti eguali con circoli paralleli alla base saranno le superficij frà di loro nell' istessa proportione, che i circoli.

Sia diuiso il cono ABC in parti eguali da circoli QR, OP, paralleli al circolo della base BC. Io dico, che queste parti di superficie hauranno l'istessa proportione frà loro, che i circoli delle basi. Lo prouo, perche per la prop. 24. Tratt. 31. la superficie QRA è eguale al Settore RAM di giro eguale, e così l'OPA al settore PAN. Dunque leuando QRA superficie curua, & RAM settore dall'vno, e dall'altro restarà OQRP superficie conica eguale alla parte dell'anello piano RMNP, e così delli altri.



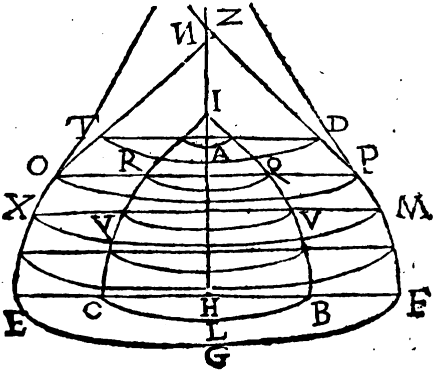
Mà questi anelli sono eguali à rettangoli fatti delle circonferenze di mezzo per la propositione 12. Tratt. 30. e dell'altezza, come MX, NZ, LY; e questi dicono frà di loro l'istessa proportione, che le basi prop. 1. Tr. 10. MZ, LY, &c. per esser dell'istessa altezza AM, & MN, NL, le quali basi eguagliano i circoli di mezzo 12. 13. 14. per il che dicono l'istessa proportione; che i circoli di mezzo 12. 13. e 14. e però anche le portioni delli anelli eguali à rettangoli diranno l'istessa proportione, che i circoli di mezzo 12. 13. 14. e questi per la 45. Tr. 10. dicono l'istessa proportione frà loro, che i circoli estremi CL, PN, RM. Dunque anche le portioni delli annoli AMR, RN, PL, diranno l'istessa proportione, che i circoli estremi. Mà queste sono eguali, come habbiamo detto alle portioni del cono QAR, QP, OC, & li archi MR, NP, CL, alli giri RQ, PO, BC. Dunque le portioni del cono diranno frà loro l'istessa proportione, che i circoli QR, OP, CB.

PROPOSITIONE 18.

Se vi sarà vn corpo tondo in quanto alla base, il cui sesto siano due portioni di circolo, e la superficie della parte d'vna sfera, che comin-

cominci da vn circolo, à cui serua per diametro delle predette portioni formanti il predetto corpo, e tanto alta, quanto è l'istesso corpo hauerà alla superficie dell' istesso corpo l'istessa proportione, che il circolo della predetta sfera al circolo della base del descritto corpo.

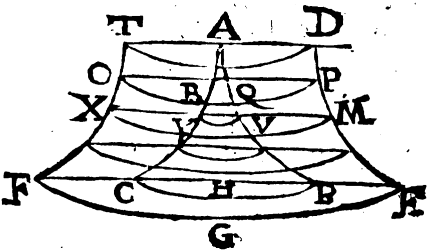
Sia il corpo ABC fatto col metro di due portioni di circolo AB, AC; sia anche vna portione di sfera DE alta quanto lui, il cui diametro EF sia l'istesso, che delli archi AC, AB, & l'elleuatione HA l'istessa, che del dato corpo BAC situata sùl' circolo massimo FGE. Io dico, che la superficie globosa della portione della sfera DE, e alla superficie del corpo BAC, come il circolo FGE al circolo BLC.



Questo lo prouo, perche diuisi gli archi in parti eguali, e tirata vna superficie conica PON, & QIR, le quali saranno di due coni retti, e simili per esser li angoli NPQ, RON eguali per gl' archi eguali QA, AR, e PD, OT, a cui son subtense, la superficie DPOT

in

in vno ſarà alla ſuperficie QAR, nell' altro per la precedente, come il circolo PO, al circolo QR; Così è la ſuperficie OM, e alla ſuperficie RV; perche è parte del cono XZM, e la ſuperficie RV parte d'vn' altro cono ſimile al cono XZM.



Dunque *ex æquo* la ſuperficie DO alla ſuperficie QAR ſarà, come la OM, al RV ſuperficij, cioè per la precedente, come il circolo MX al circolo VY; e però componendo la ſuperficie DO con la OM ſarà alla ſuperficie AQR con la ſuperficie RV, come il circolo PO al circolo QR, cioè per la precedente, come il circolo MX al circolo VY; e così s'andarà argomentando ſino al fine, cioè ſino al circolo FGE al circolo BLC. Se dunque tutte le ſuperficij coniche egualmente alte ſubtenſe alle portioni delle ſuperficij della portione della sfera DE, à quelle del corpo dato BAC ſono, come vn circolo FGE al circolo BLC. Dunque anche l'iſteſſa ſuperficie della portione sferica DE ſarà alla ſuperficie del corpo ABC, come il circolo FGE al circolo BLC; perche multiplicate ſecondo ogni poſſibile multiplicatione finalmente almeno

ſenſi

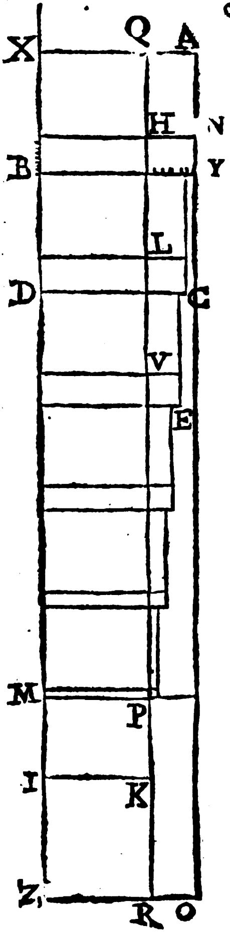
ſenſibilmente non differiranno dalle ſuperficij coniche ſottoſcritte.

Da queſto ſi raccolgono trè oſſeruationi. La prima è, che ſe bene gl'archi FD, AB, AC, TE foſſero voltati al contrario, purche fatti sù l'iſteſſo centro ſeguirà l'iſteſſo, ſi come l'iſteſſo ſeguirà, ſe foſſero le baſi FGE; BLC non circoli, mà quadrati, ò qualſiſia altra figura regolare, perche anche tutti i quadrati, e figure regolari, come i circoli, ſono figure ſimili per la defi. 1. Tratt. 10. La ſeconda, che ſeguirà l'iſteſſo ſe DTOP ſuperficie haueſſe per baſe vn quadrato, e la ſuperficie QAR foſſe circolo; perche i circoli per la 41. Tr. 10. hanno l'iſteſſa proportione, che i quadrati, ne quali ſon deſcritti. La terza, che non ſolo ſi deue ciò intendere delle ſuperficij; mà anche de corpi per eſſer i corpi PDTO, e QAR alti egualmente. Onde per la prop. 8. Tratt. 33. e 5. Tratt. 34. ſaranno nell'iſteſſa proportione, che le baſi, e però la portione della sfera quadrata, ò circulare DTF al corpo BAC ſarà come la baſe quadrata, ò circolare di FE al quadrato, ò circolo di BC. Queſte proue io accenno ſolamente per non portar le regole ſenza i debiti fundamenti; Chi ſarà eſſercitato nel modo d'argomentar matematico, e ne fundamenti di eſſi nel noſtro Euclide accennati, reſtarà appagato, e ſicuro, e queſto per hora deue baſtare.

AVVERTIMENTO.

Si deue aggionger al Coroll. della propoſ. 19. Tr. 28. anche queſta oſſeruatione, che tutta

tutta la serie de rettangoli QN, &c. sino à P, che van mancando aritmeticamente per vn lato sino al fine, e per l'altro nò, questa serie resta eguale alla metà del rettangolo PA, & al terzo del rettangolo PO. Come se quella, che mancasse successiuamente fosse la serie de rettangoli AP; il cui massimo, e YQ, che manca secondo il lato AQ totalmente, secondo il lato YA, non totalmente: mà solo dà Y, fino N. La raggione è, perche il rettangolo HA và mancando solo dà vn lato, e così per la propos. 12. Tr. 28. del nostro Euclide manca la metà di tutta la serie d'intieri, à cui è eguale il rettangolo AP; & il rettangolo YH manca da due lati, onde per la 14. è eguale al terzo della sua serie non mancante; à cui s'egualia PO. per hipotesi.



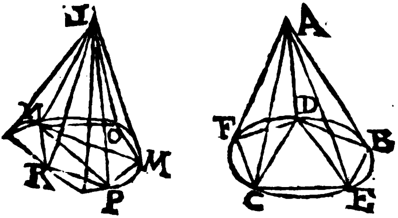
PROPOSITIONE 19.

Ogni cono situato sopra qualunque base di qualsisia figura eguale però al circolo base d'vn cono di eguale altezza, è eguale al medesimo cono.

Questa

Questa propositione è stata da me prouata alla 27. Tratt. 34. del nostro Euclide ristringendola alli soli coni di basi ellipticihe; mà perche hò considerato, che la sua proua è più ampia, e si può estendere non solo alle basi ellipriche; mà ad ogni sorte di base, però hò voluto quì di nuouo, benche meno rigorosamente portare la sua dimostratione.

Sia dunque il cono AFE di base circolare, e al di lei circolo CBD sia eguale la base MNO del cono LMNO di egual altezza. Si descriuino nelle basi due altre basi minori di qualunque figura rettilinea le più grandi, che si potranno in ambidue descriuere, come DBEC, & NOMP per essempio quadrangolari collocate in tal guisa, che lascino spatij di numero eguali per essempio 4. spatij, che de triangoli, ò quadrati facilmente si può concedere senza altra proua, e sopra queste s'intendino alzate piramidi, e siano MONPL, e CEBDA.



Queste per esser d'egual altezza, e di base eguale per la pr. 24. del Tratt. 34. del nostro Euclide saranno eguali, e per esser le loro basi eguali lasciaranno spatij eguali. Si descriuino dunque nel rimanente altre basi più picciole eguali frà loro NRP eguale alla DFC. E così delli altri spatij, e sopra queste basi trian-

triangolari s'intendano alzate altre piramidi fino alle eguali altezze A, & L. Queste pur anche per l'istessa prop. 24. Tratt. 34. saranno frà loro eguali essendo d'altezza, e di basi eguali. E i spatij, che restaranno, è di numero, e d'area restaranno eguali in ciascuno per hauer leuati da spatij eguali di numero, e di area spatij parimente eguali di area, e di numero, dunque di questi si descriuino basi eguali triangolari, e si elleuino piramidi dell'istessa altezza, anche queste saranno per l'istessa prop. 24 Tratt. 34. eguali. E se si perseuera fino all'vltima imaginabile descrittione, e possibile, sempre auenirà così, e tanto men restarà di spatio sin tanto, che non potendosi più, ne meno con l'intelletto procedere à descriuere, non restarà sito, che sia imaginabile, che non sia pieno nel vno, e nell'altro corpo di piramidi eguali; dunque i coni CAB, LMN saranno eguali non eccedendo la multitudine delle piramidi inscritte in ciascun di loro vna minima quantità imaginabile.

L'haueressimo prouato, con ridurre la proua all'impossibile, come hò fatto Tr. 34. prop. 27. del nostro Euclide; Mà la proua sarebbe stata difficile da capire, e però questa basti.

PROPOSITIONE 20.

Del modo di misurare giustamente.

Benche ogni persona essata col dettame del lume naturale saprà misurare assai giustamente, ci pare però, che alcuni auuertimenti, che daremmo non saranno ponto inutili.

Il primo è, che non si misurino con corda ne con cattenelle, ò fili di ferro, ne con altra cosa, che s'allunghi, ò s'accorci, perche sempre riusciranno disgiuste in qualche cosa, e massime quando le linee, che si misureranno, saranno molto lunghe, mà al più si potrà misurare con la scorza della Tiglia, come si fà in Francia.

Secondo, che si misuri sempre appresso à vna lignola, con vna canna dritta quando si douerà misurare qualche superficie piana; e tanto più se sarà disuguale, che se à vna parte la lignola restasse tanto alta, che non gli si arriuasse, all'hora si manderà giù il piombo al fine di qualche perrica già misurata per notare sù la pianura il ponto, doue l'vltima termina, e da quello tirata vn'altra lignola à piombo sopra alla prima si proseguirà di misurar sopra essa.

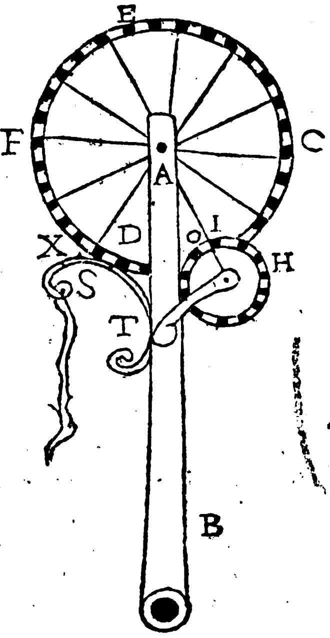
Terzo, per poter riueder le misure, il che sempre si dourà fare, si segnarà di trabucco in trabucco, ò di pertica in pertica il fine di ciascuna, traffigendo in quel ponto la lignola con vna spilla, perche così annouerati i spatij frà le spille, si saprà quante pertiche, ò trabucchi, ò qualsisia sorte di misura si siano misurate.

Quarto, se si misureranno altezze, ne si potranno misurare per non vi esser ponti, ò scale applicandoui la canna si potranno misurare con la scorza della Tiglia, e quando altro non vi sia con vna funicella, mà che sia già stirata.

Quinto se occorre fare qualche circolo si potrà fare con la scorza della Tiglia, che è leggiera, e però non stanca il braccio, ne si allun-

allunga; ne s'accorcia.

Sesto, per misurar le volte, massime quando i loro sesti non sono semicircoli è vna vanità voler saper la loro circonferenza da diametri, perche non vi è certa proportione trà la circonferenza dell' Ouato, & i suoi diametri. Però sarà necessario misurar la lor circonferenza caminando nel misurar dietro ad vn'arco, che sia in squadro alla linea di mezzo, ò con vna cordicella, ò Tiglia, e perche senza Ponti, ciò è difficile essequirsi, però alcuni vsono l'instromento quì dessignato, il quale anche seruirà per misurare qualsi sia circonferenza nel piano, & è giustissimo. Sia il manico AB di ferro, che essendo concauo, e vacuo in B si possa mettere à capo vna pertica, e questo ferro si diuida in due, in tal modo, che riceua vna rotta dentata sottilmente, d' intorno intorno.



La cui circonferenza sia vn piede, come è ECFD, e sia diuisa in 12 onze, il cui principio sia I, in cui sia vn chiodo, che entri ne denti

denti dell'altra rota picciola H, e così ad ogni volta della rota grande I CDE si volgerà vn dente nella rota H; onde sapremo, quanti piedi haurà girato la rota, se numeraremo quanti denti sia lontano il dente H, che però sarà notato con vna croce dal taglio dell' altra I, che però se la croce haurà girato fino in H saranno tanti piedi, quanti denti sono nell' arco trà H, e l'I, oltre à ciò vi sarà il ferro TS come stà nel disegno pieghevole ligato con vna corda in S, la quale tirata farà il ferro TS la lasci in libertà, ò pure accostandosi alla rota in X, la tenghi ferma nell' istesso posto.

Hor questa si farà aggirare attorno à giri di qualunque sorte, ò ne volti, ò ne piani, e misurerà le linee curue in essi con grandissima pontualità.

PARTE PRIMA

Delle misure delle superficij piane.

QVESTA picciola opereta viene da noi diuisa in trè parti. La prima insegna di misurare le superficij. La seconda le superficij de Corpi. La terza gl' istessi corpi. Quì dunque daremo il modo di misurar le superficij senza considerarle ne corpi, non perche in vero si diano superficij senza corpo; mà perche non può esser superficie di corpo alcuno senza hauer altre superficij, che l'accompagnano se è superficie piana, e perche quì insegnaremo di misurare vna superficie piana di qualunque corpo senza hauer risguardo all'altre, di cui si veste il medesimo corpo; però le diciamo, e le consideriamo, come pure superficij, senza riflettere il pensiere à corpi, à cui necessariamente sono connesse.

CAPITOLO I.

Delle misure di diuersi paesi.

Le superficij si possono misurare con due sorti di misure, ò con rettangoli lunghi, come habbiamo detto, che si vsa in Piemonte, & in alcune parti d'Italia, ò con quadrati. Quella, che si fà con rettangoli non è vniuersale; poiche ne viene vsata da ogni sorte di natione, ne si può adoperare in ogni sorte di figure. Per essempio nelle figure Tonde. Per il che lasciandola da parte per hora, mi seruirò de quadrati, i quali quanto saranno più piccioli, tanto il conto, se sarà fatto bene sarà più essato; mà anche più difficultolo per douersi maneggiare numero assai più grande. E se qualch'vno ricercasse, che picciolezza di quadrati deue eleggere; sappia, che deuono essere tanto piccioli, che il prezzo loro sia di poco momento, e sprezzabile ne commercij humani, per essempio d'vno, ò due denari, ò meno, ò poco più; perche così il misurator è sicuro, che se nel spartire, ò nella regola del trè, ò in altra operatione geometrica auanza qualche parte, come d'vn quadrato di poco, ò niun prezzo, non potrà dar danno graue alle parti, le quali chiedono le misure.

Ben è vero, che poi queste parti si deuono ridurre in parti maggiori, acciò poi vi sì possa

piu

più facilmente taſſar il prezzo ; e però non ſolo il miſuratore dourà ſeruirſi del minimo quadrato ; mà anche de maſſimi , e mediocri, come poi ſi inſegnarà .

E per dar qualche eſſempio de minimi quadrati , ſarebbe come vn quadrato , che haueſſe vn' onza , ò la larghezza d'vn deto , per lunghezza de ſuoi lati .

CAPITOLO 2.

Del miſurare le ſuperficij rettilinee ; e piane .

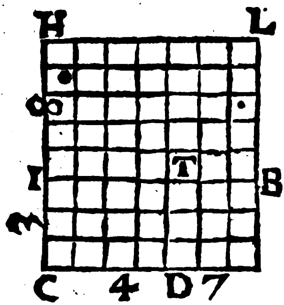
Le ſuperficij rettilinee , ſono come Laſtrichi di lati retti , ſtabiliture di muri , i quali pure ſiano terminati da linee rette , le quali all' hora ſi diranno miſurate , quando ſi ſaprà quanti quadrati aſſignati , come ſarebbe à dire d'vn' onza contengono ; perche ſi come vna lunghezza di cento palmi ſi dice miſurata ; perche cento volte contiene il palmo , e ſi commiſura con eſſo ; così ſi dirà miſurato vn piano , quando vna ſuperficie larga , e lunga vn palmo quadrata miſurerà , e cento volte ſi conterrà in eſſo . Poiche la miſura ſi deue commenſurare alla coſa miſurata , e perciò deue eſſere del medeſimo genere : Onde la linea , e miſura della linea , il piano del piano, il corpo del corpo , e però anche vn corpo largo , lungo , & alto vn palmo per eſſempio ſarà miſura d'vn' altro corpo di cento palmi .

PROPOSITIONE 1.

Misuràr vn piano compreso da linee rette, & da angoli retti frà loro.

Questi piani saranno, come i Castrichi delle camere, ò quadrate, ò più lunghe d'vn lato, e per vna parte, che per l'altra, ò le superficij de muri per misurare le stabiliture, le quali siano à squadra, e piane come sarebbe la figura CL.

Per misurar dunque vn tal piano basta misurare ciascun de lati per essempio CH, & HL, e veder quante onze contiene, e poi multiplicare insieme quelle onze, che si contengono in ciascun lato, & il numero nato dalla multiplicatione sarà il contenuto di detto piano. Per essempio.



Sia dato vn muro di trabucchi, ò pertichè, ò passi 3. piedi 2. onze 4. per vn lato, e per l'altro di trabucchi 2. piedi 4. onze 2. Perche il piede contiene onze 12. & la pertica, ò trabucco piedi 6. ò onze 72. e perciò si getterà tutto in onze multiplicãdo i piedi per 12. & i trai trabucchi per 72. come vedi, e sommando il tutto, vn lato verrà onze 244. e l'altro onze 194.

Questi due lati dunque si multiplicaranno insieme, e il prodotto sarà 47336. e diremo, che tante onze contiene quel lastricato, ò quel muro.

Trab. sono on.	216
Piedi on.	24
Onze	4
Lato	244
T. sono on.	144
	48
	2
	194

Questa regola resta prouata nel nostro Euclide tratt. 5. pr. 3. nel Coroll.

Quindi si raccoglie il modo, col quale data qualsisia misura; per essempio vn piede quadrato, facilmente si può venire in cognitione quante onze contenga; poiche contenendo il piede in lunghezza onze 12. multiplicando insieme 12. per 12. si farà vn piede piano, che sarà d'onze 144. che nasce dalla multiplicatione di 12. per se stesso. Così per sapere quante onze contenga vn quadro, che per ciascun lato habbi vn trabucco, ò pertica, si multiplicaranno l'onze 72. del lato in se stesse, e si produrranno onze 5184 per la continenza d'vn trabucco, ò pertica quadrata.

PROPOSITIONE 2.

Dato qualsisia piano misurato, e di cui si sappi quante onze contiene, saper quante pertiche, ò trabucchi, piedi, & onze contenga.

Questo è necessario sapere per poter assignare il prezzo conueniente al piano misurato; perche come le onze sono tal quantità, che è di prezzo, ò niuno, ò almeno non di rilieuo bisogna ridurre la moltitudine dell'onze misurate à quella quantità, la quale habbi vn prezzo tassato, ò accordato frà le parti; acciò gli si possa assignare. Però se si vorrà ridurre la superficie misurata, e già trouata di 47336. onze à pertiche, si diuiderà per la pertica quadrata trouata di sopra, cioè per 5184., e dalla diuisione ne verrà 9. Tr. col residuo 680. che si diuiderà per il piede 144. e ne risulterà 4. piedi, con 104. onze di residuo; si che la superficie misurata sarà Tr. 9. piedi 4. onze 104 Auuertasi però, che se si doueranno misurare diuersi piani, si potranno prima ridurre in vna somma; indi per abbreuiare la fatiha con vna sola diuisione ridurli tutti insieme in trabucchi, e piedi.

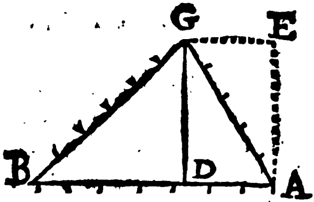
PROPOSITIONE 3.

Misurare tutti i triangoli rectilinij.

Se sarà qualche lastrico, ò qualche superficie di muro triangolare da misurare posto vn braccio della squadra sopra d'vn lato si farà, che vadi à ferire con l'altro alla ponta del triangolo, cioè all'angolo opposto, che nelli triangoli di tutti gli angoli acuti dourà ellegersi acuto; mà in quelli, che hanno vn'angolo obtuso douerà essere questo istesso obtuso; acciò si possi da lui nel lato tirare vn segno, ò vn filo à squadra. Indi poi si misurerà la lunghezza di questo filo, che dal angolo predetto cade à squadra sopra il lato opposto, & anche la lunghezza del medesimo lato, e pigliando la metà, ò del lato, ò del filo posto à squadra multiplicare insieme al

modo

modo detto le minime parti; e nascerà vn rettangolo eguale al triangolo, che fù proposto da misurare. La raggione di questa propositione stà nel nostro Euclide tratt. 29. propos. 18. & è fondata nella propos. 40. tratt. 4. dell' istesso.



Per essempio sia il triangolo BGA da misurarsi, posta la squadra sopra BA con vn braccio, l'altro ferirà la ponta G, in tal modo, che tirando appresso à lui la linea, ò filo GD, vada à terminare nella ponta G. Indi si misuri la BA, che per essempio sij trabucchi, ò pertiche 7. si misuri parimente il lato DG, il quale sia pertiche 4. e piedi 2. sarà il lato onze 504. & il filo à squadra onze 312. la metà del lato è 252. il quale multiplico per 312. dà il piano del triangolo BGA di onze quadrate 78624. il qual numero diuiso per vna pertica quadrata di onze 5184. da pertiche 15. e auanzano 864. onze, le quali diuise per il piede quadrato di onze 144. fanno giustamente piedi 6. si che il triangolo BGA sarà trabucchi 15. e piedi 6. Se poi hauesse la superficie da misurarsi, vn angolo retto, la metà d'vn lato, che chiude l'angolo retto multiplicato, con tutto l'altro farà l'istesso.

Che se non s'hauesse squadra, e pur si douesse far la misura; ò la superficie fosse impedita, in tal modo, che non si potesse tirare il filo à squadra; all' hora basterà tirare vn filo à squadra alla metà d'vn lato, che multiplicando poi quella lunghezza del filo per tutto l'altro darà vn rettangolo eguale alla superficie che si vuol misurare.

PROPOSITIONE 4.

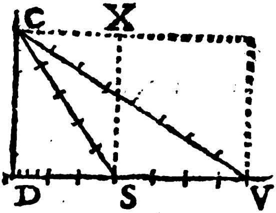
Trouare il ponto, doue cade la perpendicolare in qualsisia triangolo di lati retti conosciuti, e la quantità di essa.

Sia il triangolo AGB della figura precedente, e sia in esso vn' angolo G maggiore dell' vno segnato A, e dell' altro segnato B considerati per se soli, non insieme, ò almeno non minor di essi, e già siano i lati conosciuti l'vno di 7. piedi, che sia AB, l'altro AG di 5. & GB di piedi 6. si multiplichino ciascun de lati in se stesso, che così si faranno le loro quadrate superficij, come habbiamo detto nella propositione 1. & consta dal nostro Euclide deffi. 1. tratt. 7. & sia il quadrato, ò superficie del lato AB 49 piedi, del lato AG 25. & GB 36. Di poi bisogna aggiungere vno di questi quadrati al quadrato di BA, cioè di quel lato, che è incontro all' angolo G, da cui vogliamo, che cada la perpendicolare, e così s'aggiongeranno 25. & 49. e faranno 74. da cui si leuerà il quadrato, che resta, cioè 36. e resteranno 38. piedi qual numero si partirà in due parti, e saranno 19. ciascheduna d'esse, e vna di queste metà si spartirà per il numero della base 7. e resteranno 2. $\frac{5}{7}$. cioè la distanza dall' angolo A al ponto D, doue cade la normale DG, e il pezzo AD sarà del lato BA sottoposto all' angolo G, da cui si ha volsu-

volsuto tirar la perpendicolare GD. Che se voressimo ritrouare l'altra parte della linea BD, in cui cade la perpendicolare, bisogna vnire insieme l'altro quadrato 36. del lato GB, con il quadrato del lato opposto all' angolo, d'onde cade la perpendicolare, che è 49. e farà 85. da cui dedotto l'altro quadrato 25. restarà 60. che diuiso per mezzo darà 30. che diuiso per 7. darà 4. $\frac{2}{7}$. per il pezzo di lato BD, che termina alla perpendicolare in D.

Hò insegnato questa propositione nel tratt. 29. del nostro Euclide, e ne hò dato la proua nella propositione 13. tratt. 5. Mà se non si potrà conseguire vn' angolo maggior delli altri, mà dourà farsi cadere per qualche occorrenza dall' angolo minore delli altri due presi per se soli, all' hora la perpendicolare caderà fuori del triangolo, come nel triangolo CSV cade la perpendicolare CD sopra il lato SV prolungato sino à D fuori di tutto il triangolo CSV.

Per trouare la detta perpendiculare si farà così.



Si multiplicarà il lato CV di parti 8. per se stesso, e farà 64. & il lato SV di 4. piedi, e farà 16. & il lato CS di parti 5. e farà 25. Si aggiunghino insieme i due quadrati 16. e 25. daranno 41. e si sottraghino dal quadrato 64. e restarà 23. la cui metà sarà 11. $\frac{1}{2}$. che diuiso per

per il lato SV di parti 4. restarà 2. e $\frac{5}{7}$ la distanza SD, in cui cade CD dalla parte del lato più corto. Il fundamento di questa propositione, è nel tratt. 4. propositione 12 del nostro Eucl.

In quanto poi alla sua estentione facilmente si ritroua, perche hauendo già conosciuto il lato sino alla normale, però il triangolo si è fatto vn rettangolo, ò diuiso in rettangoli triangoli. Per essempio BGA triangolo acutangolo si è diuiso ne due triangoli rettangoli BGD, & GAD, ouero il triangolo obtusangolo CSV si è fatto il rettangolo CDV, onde per conoscere la quantità della normale, per essempio DG, si farà così. Il lato AD 2. $\frac{5}{7}$ gettando il tutto in parti settime, è di parti 19. & il lato GA di parti 5. ridotte in parti settime è 35. Si multiplicheranno dunque i predetti lati in se stessi, e si produrranno i quadrati 1225. e 361. e sottrahendo l'vno dall' altro resterà 864. di cui si cauarà la radice quadra come insegno nel Preludio p. 8. e sarà 29. cioè parti 4. $\frac{1}{7}$ delle prime intiere. Questa operatione si dimostra al tratt. 4. prop. 13. e si pone in prattica al tratt. 23. prop. 17. del nostro Euclide.

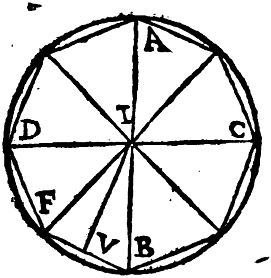
PROPOSITIONE 5.

Dati i lati ritrouar l'area di qualunque figura regolare.

Figura regolare è quella, la quale tiene gl' angoli, & i lati eguali, come vna figura ottangolare dissegnata dentro vn circolo, ò di cinque lati eguali, ò di sei.

Per

Per saper dunque l'area delle predette figure, come di AD BC; si tiraranno dal centro linee rette à ciascun lato, ò almeno à due, come FI, BI, e si congiongeranno gl' angoli insieme FB con la linea retta FB, e sarà fatto vn triangolo, del quale la figura ne conterrà tanti frà se eguali, quanti sono i lati d'essa figura, e però la presente, che hà otto lati comprenderà otto triangoli.



Si misuri dunque vn di quei triangoli, conforme habbiamo insegnato tirando la perpendicolare sopra d'vn lato, come IV, e misurandolo, ò trouando la sua quantità per via di numeri, come alla propositione 4. e con questa quantità multiplicata per la metà della base trouando l'area. Dato dunque, che IB sia 100. e il lato BF 76. dunque la IV sarà parti 92. Multiplicando dunque la metà di 92. cioè 46. per 76. ò la metà di 76. cioè 38. per 92. si farà l'area 3496. del triangolo FIB. Il che anche si otterrà multiplicando 76. per 92. & poi partendo per mezo il prodotto 6992. perche pure dà 3496. area del triangolo FIB. Se dunque si multiplica per il numero de lati della figura, come nell' ottangolo per otto il predetto numero 3496. si farà l'area

di

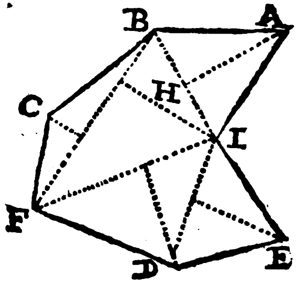
di tutta la figura ottangolare 27968.

Auuertasi però, che, se la figura è quadrata, ò quadrilunga non serue à diuiderla in due triangoli: mà basta à multiplicare vn lato per l'altro, e si fà l'area CD. Si mostra tratt. 4. prop. 3. Coroll. del nostro Eucl. & alla prop. 20. tratt. 29.

PROPOSITIONE 6.

Trouar l'area di qualsisia figura irregolare rettilinea.

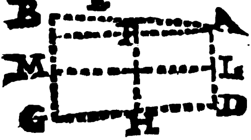
Sia la figura ABCFDE, i cui lati siano retti, benche ella totalmente irregolare. Si diuida in varij triangoli, conforme più piacerà, e tornerà commodo tirando le linee BI, BF, FI, & DI, e poi in ciascun triangolo si tirarà la sua perpendicolare, come AH, le quali linee si misureranno, si come anche i lati, e poi si farà il conto di ciascuno, come habbiamo insegnato alla prop. 3. di questo.



Di poi tutte l'aree ritrouate di ciascun triangolo s'vniranno insieme, e questa somma darà l'area di tutta la figura rettilinea irregolare ABCFDEI.

Che

Che se s'hauesse da misurare vn Rombo, ò vn Romboide ABCD, si tirerà vna perpendicolare ad vn de lati, come AE, se farà bisogno prolungato, e quella si misurerà; perche multiplicando EA normale per DC lato, nascerà l'area di Rombo ABDC.



Che se fosse vn Trapezio, come ABGD di due lati paralelli GB, e DA. Si misureranno i due lati paralelli, & vnite insieme le lor misure, la metà di questa somma multiplicata per tutto il lato DG, farà l'area, ò pure nel mezo del lato DG, si tirarà la parallela IH, à lati DA, e BG, e questa multiplicata con la DG normale à lati DA, BC darà l'area, che se non fosse il lato DG perpendicolare alli lati DA, BC, bisognarà tirar vn'altra linea normale, come è la LM, e seruirsi della di lei misura in vece del lato DG, e così multiplicata la normale LM con la normale IH daranno l'area. E questo è quello, che breuemente si può dire delle figure piane rettilinee.

CAPITOLO 3.

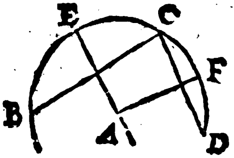
Di misurare le superficij circolari, e piane.

Per figure circolari intendiamo non solo quelle, che sono circoli, mà tutte quelle, che sono comprese da linee curue, ò da vna, ò più ò più parti, ò da tutte. La misura dunque delle predette figure principalmente consiste nella cognitione della lor specie. Per essempio, se la figura, la quale è offerta da misurare, sia circolo, se sia ellipsi, cioè ouata, se sia parabola, ò altra figura, della quale possi constare l'area, che se fosse totalmente incerta; all'hora non si potrà misurare con precisione matematica; mà appresso à poco, come insegnaremo. Dunque per procedere ordinariamente, sarà necessario prima insegnare à riconoscere ciascuna figura. Indi dar il modo di trouare la sua pianura. Il che nelle seguenti propositioni andaremo insegnando.

PROPOSITIONE 7.

Misurare l'area di qualsisia circolo.

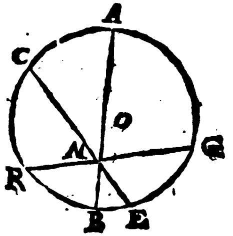
Se sarà data vna figura, che sia compresa da vna linea curua, ò tutta, ò in parte, e non s'habbi cognitione, se sia circolo, ò portione di circolo per conoscerla, questo sarà il modo.



Si tireranno dentro alla detta portione di circonferenza BECFD due linee BC, & CD, e sopra à queste dalle loro metà s'inalzeranno le perpendicolari EA, & FA, le quali si segaranno in A: se dunque questa circonferenza

ferenza sarà equidistante dal ponto A in tutti i suoi ponti sarà circolo, ò portione di circolo, & A sarà suo centro, & AE. semidiametro, che se nò, sarà di qualche altra specie di figura, ò pure irregolare.

Si può anche fare in vn' altro modo, massime se il circolo fosse tanto grande, che il ponto A difficilmente si potesse trouare; e sarà tirare nell' ambito dato più linee, che si incrociano CE, RG, AB, che si tagliano in M, e misurata ciascuna da ponti, in cui toccono la circonferenza A, C, B &c. sino al commune taglio in M multiplicare ciascuna misura di due segmenti dell' istessa linea frà se; per essempio AM per MB, & RM per MG.



Che se saranno li numeri multiplicati eguali frà se, la linea ambiente curua sarà circolo, ò portione di circolo, che se non saranno li multiplicati eguali non sarà circolo, ne sua portione. Le dimostrationi di queste due propositioni sono nel tratt. 6. prop. 11. e 35 del nostro Euclide.

Quando dunque consterà, che la circonferenza data sia circolo, & haueremo noto il suo diametro, questo solo si misurerà, & da questa misura se ne cauerà l'area, come segue.

Sia

Sia dunque dato il circolo predetto ARBG, il cui diametro AB sia piedi 17. perche come ho mostrato nel nostro Euclide tratt. 18. propositione 3. il diametro è in proportione alla circonferenza, come 7. à 22. ò pure come dimostro nella prop. 4. come 8. à 25. Dunque adoperando la regola del trè per trouar la circonferenza si dirà se 7. mi da 22. che mi darà 17? e ne verrà il numero 53. $\frac{3}{7}$ Dunque se il diametro è 17. piedi, la circonferenza sarà piedi 53. $\frac{3}{7}$.

Per trouar dunque l'area si diuiderà il numero della circonferenza per mezzo, e sarà 26. $\frac{10}{14}$ cosi anche il numero del diametro, e sarà 8. $\frac{7}{14}$. Si multiplicheranno dunque insieme questi intieri con i suoi rotti, come insegniamo tratt. 13. P. 2. pr. 17. del nostro Euclide, e si farà l'area del circolo 227. $\frac{14}{196}$. e questa propositione è da noi prouata al tratt. 30. pr. 3. & 5.

Si potrà fare anche in vn altro modo, conforme prouo nel medesimo trattato alla propositione 6. e 7. Si quadri la misura del diametro, che per essempio sia di palmi 84. e farà vn quadrato di 7056. palmi. Si dica dunque se 14. da 7056. che darà 11? e farà 5544. per l'area del circolo. La ragione di questo è come nel luogo allegato apporto, perche il quadrato del diametro al suo circolo hà proportione di 14. à 11. Onde facilmente dato qualsisia quadrato espresso in numeri trouaremo il suo circolo inscritto multiplicando quell'area per il numero 11. e diuidendo per 14.

Come ancora, perche come prouo nel predetto luogo alla prop. 8. il quadrato della circon-

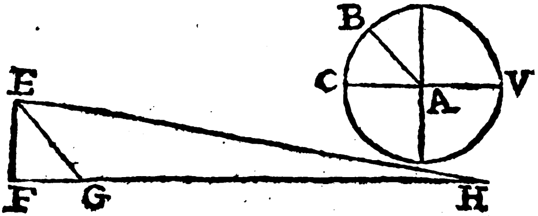
circonferenza è al piano del circolo, come 88 à 7. dato il quadrato 69696. della circonferenza di piedi per essempio 264. e multiplicato per 7. diuisa per 88. farà 5544. area del circolo, di cui sia nota la circonferenza di piedi 264.

Se si desiderasse vna proportione più essata del diametro alla circonferenza, che di 7. à 22. ò di 8. à 25. si adopri quella, che dà Metio di 113. à 355.

PROPOSITIONE 8.

Misurar l'area d'vn Settore del circolo.

Per Settore s'intende vna figura, che sia compresa da due semidiametri, e da vna portione di circonferenza, così CBA sarà settore, essendo compreso da due semidiametri CA, & AB, e dalla portione di circonferenza CB.

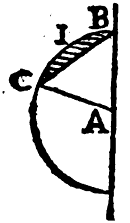


Si misurerà dunque l'ambito CB, e sarà per essempio parti, ò piedi 10. & il semidiametro sarà di parti 25. per il che si multiplicheranno insieme 25. per 10. e farà 250. la metà del qual numero sarà l'area del settore CBA, come prouo nel nostro Eucl. alla prop. 4. & 10. tratt. 30. perche colà mostro eguale il settore CBA al triangolo FEG.

PROPOSITIONE 9.

Misurar l'area d'vna portione di circolo.

Portione di circolo è vna figura piana, la cui pianura è compresa da vna portione di circonferenza, e da vna linea retta, come è nella portione del circolo CABI, la portione negra. Prima si douerà trouar, se non vi sarà, il di lei centro A, come habbiamo insegnato alla prima propositione di questo capitolo, e tirare i due semidiametri CA, AB, & vno di essi si misurerà, che sarà per essempio piedi 16. e poi la corda CB, che sarà 18. e poi la circonferenza CIB, che sarà 19. $\frac{1}{2}$.



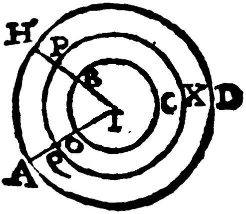
Si trouerà dunque hauute queste misure l'area del triangolo CBA, come habbiamo insegnato al cap. 1. prop. 3. che sarà piedi quadri 144. e poi l'area del settore CIBA, che sarà 152. di poi si leuarà il triangolo CBA di parti 144. dal settore CIBA 152. e resterà la portione del circolo negra CIB piedi quadrati 8.

PROPOSITIONE 10.

Misurare vn piano annulare, e sue parti.

Sia dato vn piano annulare DHA, OCB, di cui si troui il centro I, come habbiamo insegnato

gnato nella 1. prop. di questo cap. e da quello si tiri il semidiametro IA , e diuiso OA per mezzo si tiri il circolo PXQ giustamente intermediante trà l'vno , e l'altro circolo , di cui dal diametro IQ piedi 14. si troui la circonferenza , come habbiamo di sopra dimostrato , cap. 2. prop. 1. e sarà piedi 44.



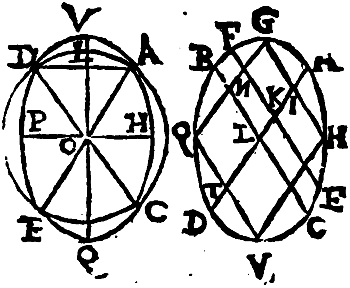
Si misuri poi OA portione del diametro compresa trà l'vno, e l'altro circolo ; e sia piedi 9. si multiplichi questa misura per tutta la circonferenza media PQ di piedi 44. e ne verrà l'area di tutto l'anello piano HDA BCO 396. piedi quadri. Questa propositione è mia prouata alla prop. 12. tratt. 30. del nostro Euclide.

Che se si vorrà hauere l'area d'vna parte sola d'vn' anello , basterà misurare la portione intrapresa della circonferenza di mezzo , per essempio QP, e questa mulplicare con la portione OA del diametro intrapreso , e il prodotto sarà il piano , che si desia , per essempio QP sia 15. & AO 9. l'area IHA sarà 135. piedi quadrati.

PROPOSITIONE II.

Del misurare le Ellipsi.

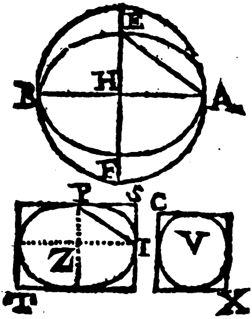
Sono le figure Ellipsi , come le ouali , le quali son più lunghe , che larghe comprese da vna sol linea, come è la GQVH, ne si possono misurare senza cognitione de loro diametri maggior, e minore, e perciò anche del loro centro. Per tanto se sarà data vna Ellipsi da misurare, come GQVH, bisognarà prima ritrouare il centro L. e perciò fare si tirarà vna linea GH, & à lei se ne tirarà vn'altra paralella FE, le quali si diuideranno per mezzo in K, & I, e per quelli due ponti si dedurrà la linea AT, che si diuiderà per mezzo in L, & l'L, sarà il centro.



Trouato il centro L, si trouerà il diametro; se fatto centro in L, si tirarà vn circolo, che seghi in quattro ponti l'Ellipsi; il che succederà, se hauerà il semidiametro più grande, che la distanza GH minore, e più picciolo, che la distanza LG maggiore. Se poi si diuiderà l'arco dell' Ellipsi intrapreso trà l'intersectione del circolo come nella vicina figura in due parti in V, Q, & PH, e da V, à Q si tirerà vna linea, si come da P à H, questi saranno i diametri, si come prouo alla prop. 32. trait. 24. del nostro Eucl.

Fatto

Fatto questo in trè modi si potrà trouar l'area dell'Ellipsi. E questo sia il primo. Si misurino i due diametri BA, & EF, & BA sia piedi 17. l'altro piedi 12. Si troui poi l'area del



circolo descritto col diametro maggiore BA di piedi 17. che è piedi quadri 227. $\frac{1}{2}\,\frac{1}{4}$. Di poi si dica con la regola del trè, se 17. mi da il piano 227. $\frac{1}{2}\,\frac{1}{4}$ che mi darà 12. e sarà 160. e $\frac{4}{8\;7}$ ò più essatamente 160. $\frac{6\;8}{2\;9\;8}$ che è quasi 160. $\frac{2}{3}$. e questa sarà l'area del Ellipsi BEAF. Questa propositione è da me prouata propositione 24. tratt. 30. del nostro Euclide.

Si può far anche in vn' altro modo verissimo, mà in quanto alla pratica in qualche caso men giusto per interuenirui la sottratione della radice quadra, che in qualche numero non si può hauer essata. Si farà dunque così. Trà il diametro maggior 17. & il minor 12. si trouerà vna media proportionale multiplicando il 12. per 17. & sottrahendo la radice quadra, come insegno al tratt. 13. P. 2. alla prop. 20. del nostro Euclide, & nel preludio di questo cap. 3. dal multiplicato, e prodotto 204. si farà il numero 14. $\frac{2\;8}{2\;\cdot\;\cdot}$ che sarà il diametro d'vn circolo eguale alla data Ellipli,

 pli,

psi, come prouo tratt. 30. alla prop. 25. Onde se si trouerà l'area di questo circolo al modo insegnato, sarà l'istessa, ò quasi l'istessa, che dell' Ellipsi, e darà per area 159. $\frac{3}{10}$ piedi quadrati men dell' altra, perche la radice 14. $\frac{88}{100}$. è anche vn poco meno.

Il terzo modo è prendere l'area di qualsisia circolo, come quella del circolo, il cui diametro sia piedi 7. che è piedi 38. $\frac{1}{2}$ e poi fare il quadrato del diametro, multiplicando il 7. in se, e sarà 49. & anche de due diametri dell'-Ellipsi se ne facci vn rettangolo multiplicandoli frà se, e sarà 204. Indi adoperando la regola delle proportioni, si dica, se 49. quadrato mi dà il circolo 38. $\frac{1}{2}$ che mi darà il rettangolo 204? & donerà 160. $\frac{14}{49}$ che sono l'-istesso, che prima quasi 160. $\frac{2}{7}$. Questa propositione è prouata da me tratt. 30. prop. 26. del nostro Euclide.

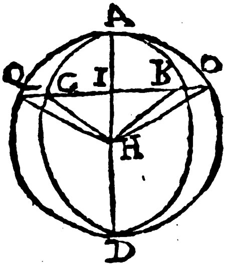
PROPOSITIONE 12.

Misurare vna portione data dell' Ellipsi.

Perche, come prouo alla prop. 28. tratt. 30. del nostro Eucl. vn segmento dell' Ellipsi hà la medesima proportione al segmento del circolo, che l'Ellipsi al circolo fatto sopra il diametro maggiore dell' Ellipsi; purche l'-vno, e l'altro segmento sia compreso dalla medesima rettalinea normale all' asse. Per essempio il segmento ABC elliptico sarà al segmento AOQ del circolo AODQ fatto attorno il diametro principale AD, come il circolo AODQ all' Ellipsi ABDC; purche sia l'vno, e l'altro segmento OAQ, & ABC compreso, e tagliato dall istessa linea QO.

Sia

Sia dunque il circolo OADQ; il cui diametro AD sia 17. piedi, e perciò l'area, come sopra habbiamo detto piedi quadri 227. $\frac{1}{14}$ e l'Ellipsi ABCD di piedi quadri 160. $\frac{1}{3}$ È sia



anche noto il segmento OAQ del circolo piedi quadri 72. adoperando la regola delle proportioni si dirà, se 227. $\frac{1}{14}$ da piedi 160. $\frac{1}{3}$ che darà piedi 72? & adoprandosi la regola delle proportioni, come habbiamo insegnato tratt. 13. prop. 5. del nostro Eucl. ò nel Preludio prop. 7. trouaremo esser l'area BAC $\frac{4\,3}{}$ $\frac{4\,8}{9\,5}$ $\frac{4\,8}{3\,7}$; cioè piedi quadri 50. e $\frac{7\,9}{9\,5}$ $\frac{9\,8}{3\,7}$ ò più breuemente piedi quadri 50. e $\frac{2\,6}{3\,9}$.

PROPOSITIONE 13.

Misurare vn Settore elliptico, e finire vna portione elliptica.

Si farà l'istesso per trouare il Settore elliptico NBA. Perche l'istessa proportione, come prouo nell'istessa propositione hà il settore circolare HOA al settore elliptico HBA, che tutto il circolo à tutta l'Ellipsi. Onde trouata l'area del settore circolare HOA, si dirà adoprando la regola del trè; se il circolo AODQ dà l'Ellipsi ABDC, che

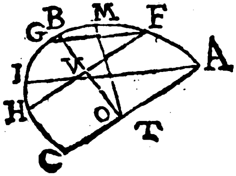
 dara

darà il settore AOH del circolo, e fatta l'operatione, ne verrà HAB settore elliptico.

Si potrà anche adoprare tanto in questa, quanto nella precedente in vece del circolo tutta la OI, & in vece di tutta l'Ellipsi la BI linee rette subtendenti, perche il circolo è all' Ellipsi, si come la OI alla BI.

Mà se il segmento BAC non fosse attorno all' asse principale, all' hora bisognarà finire tutta l'Ellipsi. Per far la qual cosa bisognerà trouare il suo diametro, e il suo centro, la qual operatione è nuoua, ne è anche stata trouata, quando si tratti trouare modo di seguitar vn Ellipsi data vna sola portione di essa.

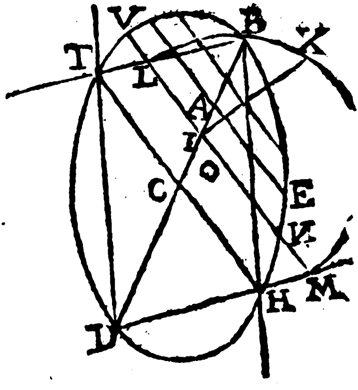
Si farà dunque così. Sia data la portione ABC, e dentro à quella si tirino due parallele AC FH, e diuidendole per mezzo in OV si tiri vna linea per i due ponti di mezzo OV, che sia TB.



E di nuouo da qualsisia ponto tirate due altre parallele GF, AI, pure si diuideranno per mezzo, e per la metà, come habbiamo fatto prima, si tirarà la linea MT, e doue si intersecono le due MT, BT sarà il centro. Si proua, perche TB, TM sono diametri, che passano per il centro, come habbiamo prouato alla prop. 28. tratt. 24. del nostro Euclide, e però deuono conuenire nel centro non potendo

tendo conuenire altro; che in vn ponto. Dunque, se il centro è commune ponto, che deue essere in ambidue, dourà, e l'vna, e l'altra passare per il centro in T. Se poi si duplicherà la linea TB, ouero TM, si farà tutto il diametro, il quale anche sarà Asse, e primario, se sarà perpendicolare alle due parallele AC, FM. e così TM se fosse ad angoli retti alle due FG, AI.

Trouato dunque vn diametro si trouerà l'altro compagno, come si raccoglie dalla prop. 6. tratt. 23. del nostro Euclide; se si multiplicherà insieme la lunghezza DA, & AB portioni del diametro trouato fino à vna delle parallele tirate, e poi si multiplicherà in se l'AE, e parimente la CB facendone numeri piani, e quadrati.



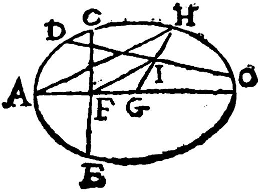
Dopoi si dirà, se il rettangolo, ò numero piano d'AB, & AD insieme multiplicati dà il quadrato numero d'AE multiplicato in se stesso, che darà il numero quadrato di CB, e darà vn numero quadrato, da cui sottrata la

radice

radice quadra darà il CH metà dell' altro diametro d'applicarsi al centro C parallela alle altre EA, la quale duplicata farà l'altro diametro TH, con il quale si troueranno tante linee terminanti nella circonferenza dell' Ellipsi parallele alle già tirate, quanto parerà bastino per tirare per le sue estremità l'ambito dell' Ellipsi medesima. E si farà à questo modo, come prouo, & insegno alla prop. 60. tratt. 24. del nostro Euclide, doue non lascio di dare molti modi di descriuere geometricamente le dette figure, e tutte l'altre, che nascono dalla settione del cono. Si tirarà dunque dal B, & D estremi del diametro alli estremi H, & T dell'altro diametro HT le linee HB, & HD, BT, DT prolungandole quanto farà di bisogno, e poi si tirarà qualunque linea parallela, come ML. Indi si diuiderà la parte intrapresa trà BT, e HD per mezzo in O, e fatto il centro in O si farà il circolo MXL, e poi dal ponto I s'inalzerà vna normale IX alla ML, e questa si misurerà sopra l'MI dal ponto I, e doue termina in N, & V, iui douerà passare l'ambito dell' Ellipsi, & à questo modo se ne trouaranno molte, e quante piacerà, e per gl'estremi N, & V di questa, e dell' altre si tirarà l'Ellipsi, e si compirà totalmente la sua circonferenza, & all' hora dato il centro, si trouarà l'asse massimo, come habbiamo insegnato nell' antecedente propositione.

Poi

Poi non essendo il segmento circa ad esso; se ne farà vno eguale, il quale sia circa di lui à questo modo. Sia l'Ellipsi AHOE, in cui sia il segmento OHD; & non sia circa all' asse



GA. Si diuida per mezzo l'OD nel ponto I; e dal centro G si tiri per I la linea GH, e doue sega in H si tiri vna linea HA al ponto A, doue il diametro GA termina nell ambito dell' Ellipsi, & à questa si tiri vna parallela IF dal ponto I, e doue sega l'asse in F, si tiri all' asse vna perpendicolare CE, e sarà fatto vn segmento CAE circa all' asse AG, il quale come mostro nella prop. 22. del nostro Eucl. tratt. 30. è eguale al segmento OHD.

Si misuri dunque l'area di questo segmento CAE, come habbiamo detto, e si saprà parimente l'area del segmento eguale OHD.

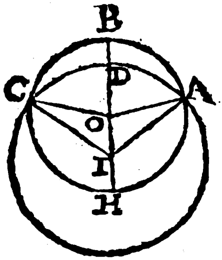
PROPOSITIONE 14.

Misurare l'area di spatij Lunari.

Il spatio Lunare è stato quadrato da Galeno con molta sua lode; mà quella quadratione è solo quando il circolo maggiore è la metà più grande del minore, i cui archi formano la Luna; mà noi quì daremo il modo di squadrare, non solo ogni spatio Lunare concauo, mà anche globoso. Sia dunque la Luna concaua ABCD, ò globosa ADCH, i cui spatij si deuino misurare.

Doue

Doue vedi, che ambidue questi spatij sono composti di due portioni di circolo, cioè li lunati dell'arco ABC, ADC e lo globoso dell'arco ADC, & AHC de cui archi, se non



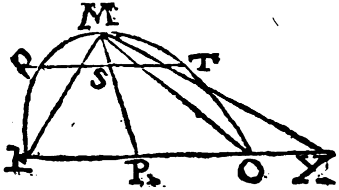
vi siano si troueranno i circoli intieri, & i centri I, & O. Dipoi si trouarà l'area di tutto il circolo ABCH, come habbiamo insegnato alla prop. 7. di questo, e del settore ADCI, come pure habbiamo detto prop. 8. Indi de due triangoli AOI, & OIC misurando i loro lati, come parimente è stato spiegato nel cap. 1. prop. 3. i quali si leuaranno dal settore ADCI, e restarà l'area del piano ADCO. Indi si trouerà l'area de due settori eguali AOH, AOC. che si congiongeranno col spatio residuo ADCO, e faranno tutta la Luna globosa ADCH, la quale si leuerà dall'area del circolo ABCH già ritrouata, e restarà il spatio della Luna concaua ABCD. Non diamo altro essempio, perche tutte le operationi sono già state essemplificate tanto di trouar l'area de circoli, quanto de settori, e de triangoli, nel cui ritrouato consiste ritrouar l'area delle predette Lune.

PRO-

PROPOSITIONE 15.

Misurare l'area d'vna Parabola.

Parabola è vna figura, la quale nasce dal segamento del cono, la cui base sia circolare, ò ouale, la quale seghi la base, e sia parallela à vna linea dedotta dal vertice alla base sù la superficie ambiente il cono, & è, come vna mezza Ellipsi; mà doue questa seguitando, si chiude quella seguendo di condursi la sua linea curua, che la circonda tanto più s'apre. Habbiamo prouato al tratt. 30. del nostro Euclide prop. 37. che l'area di questa figura è di ciascun suo segmento, e vn terzo di più, che il massimo triangolo, che in lei, ò nella sua parte sia descritto. Per il che per trouar l'area della Parabola, bisogna saper descriuere in lei, ò nelle sue parti, e misurare il massimo triangolo, che possi in essa, ò nelle sue assignate parti capire.



Sia dunque la Parabola, ò qualche suo segmento LMO, e facci di bisogno descriuere in essa il massimo triangolo. Si tir la linea LO dalli estremi assignati L, & O, & ad essa vna parallela TQ, & ambe si diuidino per mezzo in S, R, & per i ponti S, R si tiri vna linea

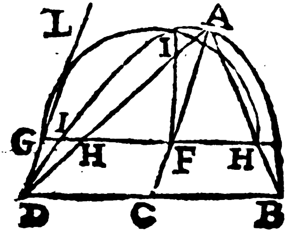
retta,

retta, e d'onde tocca l'ambito della figura in M, si tirino due linee rette MLMO alle estremità della prima linea LO, & MLO, sarà il massimo triangolo, che sia descritto nella parabola MLO, ò suo segmento, come prouo alla prop. 31. tratt. 30 del nostro Euclide. Si misurarà dunque questo triangolo massimo; e si trouerà la di lui area, la quale si diuiderà in trè; & il quotiente s'aggiungerà all'istessa area del triangolo massimo, e questa somma sarà l'area della parabola, O pure si farà così. Si diuiderà la base LO in trè parti, & vna parte di quelle trè s'aggiongerá ad essa linea LO, e farasi LX, & si condurrà la linea MX. Si misurarà dunque il triangolo LMX, e si trouarà la sua area, e quella sarà l'istessa, che della data Parabola LMO, come prouo alla prop. 37. tratt. 30. & auertiscasi, che tanto è parabola LMO, quanto OTM; e solo si chiama portione, in quanto è congionta con vna parte maggiore, che del resto diuisa, è anche ella parabola, onde all'istesso modo si misura. Delli spatij hyperbolici non ne parliamo, perche le loro aree non sono vsuali, ne di loro è stata trouata sin'hora alcuna quadratione.

La Parabola poi si descriuerà così. Sia dato qualunque triangolo BAD, attorno al quale s'habbi à descriuere vna parabola, la cui base sia BD.

Si

Si diuida per mezzo in C, e dalla cima del triangolo A, si tiri vna linea AC, & à questa s'inalzi vna parallela dal ponto B, ouero D, come la DL, & eleggendo in AC quanti ponti,



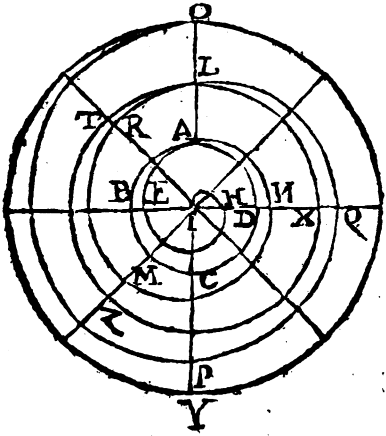
e quali vorremo, come F, si tirino da quelle linee parallele alla BD, come GH, e si facci sopra à ciascuna vn cerchio, come GIH, e poi dal ponto F, e dagl'altri simili si tiri vna perpendicolare à GH, che sarà FI, e questa si transporti dà quà, e dà là del ponto F sopra la GH, e darà la sua lunghezza misurata dal F, il ponto I nella GH, per il quale dourà passar la linea parabolica DIAB, tirando dunque molte linee tali, e facendo molte operationi predette, trouaremo diuersi ponti, per li quali potremo dedurre la linea parabolica DIAB; e questo potrà seruire per conoscere, se vna tal linea sarà parabolica, ò pur d'altra figura.

PROPOSITIONE 16.

Del misurare i Spatij spirali primi, secondi, e terzi, e le sue parti.

I spatij spirali sono figure piane comprese da vna linea, che auuolgendosi attorno al centro, sempre s'accosta ad esso. Il modo di descri-

descriuerla non è come quello, che han dato il Vignola, ò il Serlio, e gl'altri Architetti nel descriuere le volute, il quale non è della linea spirale; mà si descriue facendo vn circolo, come ABCD, e diuidendolo in quante parti eguali parerà con i semidiametri AI, BI, &c. vno de quali, come l'IA si diuiderà in tante parti, quante essi sono, come nella figura, perche sono otto, saranno otto le parti del semidiametro AI, e poi sempre di parte in parte stringendo il compasso si transporteranno le parti fatte sopra gl'altri, sopra il primo IA tutte otto, sette sopra il seguente IT, sopra l'altro IB sei, &c. e per quei ponti si tirarà la spirale AEHI, e così si farà delle seconde, e terze spire.



Il modo dunque di ritrouare il primo spatio spirale è trouare l'area del primo circolo ABCD, conforme habbiamo insegnato di

sopra

sopra prop. 7. e quella diuidere per trè, & il quotiente sarà l'area della prima linea spirale AEHI compreso dalla linea retta AI, e dalla spirale AEHI, come di nostra inuentione hò prouato tratt. 30. prop. 52. del nostro Eucl.

Per far poi il spatio della seconda spira dalla LA, e dalla linea spirale LMNA compreso il primo circolo ABCD; si duplicherà l'area del primo circolo, e s'aggiongerà vn terzo d'essa area, e questa sarà la misura del spatio spirale predetto LMNAL. Mà il spatio della terza spira OPQI si misurerà, se si multiplicherà l'area del primo circolo per 6. & si aggiungerà il terzo di essa area, e si farà il spatio OPQLI, e tutto questo presuposto, che i circoli, nelli quali si descriuono le circouolutioni delle spire creschino in quanto al semidiametro con aritmetica proportione 1. 2. 3. come è la linea IA, IL, & IO, come prouo tratt. 30. prop. 54. 56. e 58. Mà se il circolo hauesse il semidiametro AI, & il secondo trè volte tanto, come IO, all'hora la spira, che cominci da O, & termini in A, col circolo, che chiude ABCD, hauerà proportione al detto circolo, che ella chiude ABCD, come 16. a 3. Onde quel circolo preso 5. volte, e $\frac{1}{3}$ sarà l'area della predetta spira col circolo, che chiude, e se leuiamo via il circolo, sarà al detto circolo come 13. a 3. la qual propositione benche non sia prouata nel mio Euclide, è però fundata ne medesimi principij.

Mà se fosse vn pezzo solo di spatio spirale della prima spira. Il spatio di questi si trouarà così. Sia dato per essempio da misurare AIE. Si farà prima vn numero quadrato,

 multi

multiplicando i piedi, ò i palmi del semidiametro IA in se, di poi si multiplicarà il lato IA, con l'IE, e poi la differenza EB in se stessa, e di questo numero se ne prenderà il terzo, e si aggiungerà al numero resultante dal IA, & IE multiplicati insieme, e finalmente si trouerà l'area del Settore AIB, e poi adoprando la regola del trè, si dirà, se il numero quadrato del semidiametro, dà il numero piano IA, IE, con vn terzo del numero quadrato EB, che darà il Settore AIB? & darà il spatio spirale AIE proposto da misurare. Per essempio.

Sia il diametro del circolo ABCD di 32. piedi la sua circonferenza sarà 100. $\frac{4}{7}$ e però la sua area 808. $\frac{4}{7}$ dunque il Settore AIB viene ad essere piedi quadrati 202 $\frac{1}{7}$. Si multiplicherà poi il semidiametro IA di piedi 16. in se stesso, e farà piedi quadrati 256. si come anche l'AI piedi 16. con l'IE piedi 12 e farà vn numero piano di piedi 192. e finalmente la differenza dall'IE all'IA piedi 4. in se, e farà 16. il cui terzo è 5. $\frac{1}{3}$ che aggiunto à 192. farà 197. $\frac{1}{3}$. Adoprando dunque la regola del trè si dirà, se 256. rettangolo del semidiametro mi dà 197. $\frac{1}{3}$ che mi darà il Settore 202. $\frac{1}{7}$? e fatto il conto se ne cauerà per area del spatio spirale AEIA 155. piedi quadri, e $\frac{4}{7}$. E questa propositione è prouata da noi nella prop. 60. tratt. 30. del nostro Euclide fundata nella prop. 18. e 19. tratt. 28.

Per il cui fundamento si può estendere à qualsisia sorte di spire, le quali non fini chino nel centro, come del LMNA, perche multiplicato il semidiametro IL del maggior circolo in se, darà il numero quadrato, e poi

con

con il semidiametro minore IA darà vn numero piano, con il quale si congiongerà il terzo del quadrato numero risultante dalla differenza del semidiametro maggiore al minore multiplicata in se. Finalmente si trouerà l'area del circolo maggiore LZX, e poi si adoprerà la regola del trè, dicendo, se il quadrato d'IL dà il numero piano d'IL, IA con vn terzo del numero quadrato d'AL, che darà l'area di tutto il circolo LZX, e darà la spira LMNA.

Si facci dunque il caso per dar vn' essempio, sia il semidiametro IO 24. & IA 6. Dunque con il diametro OI tutta la circonferenza si trouerà 151. $\frac{1}{7}$, e l'area 1814. Di poi multiplicato il semidiametro IO maggiore 24. col minore 6. darà vn numero piano 144. à cui si aggiungerà il terzo 108. del quadrato numero 324. che risulta dalla multiplicatione della differenza AO di piedi 18. del semidiametro minore IA, al maggior IO, e si farà la somma 252. Finalmente si multiplicherà il semidiametro maggiore in se stesso, e farà il numero quadrato 576. adoprando per tanto la regola delle proportioni si dirà, se il numero quadrato del semidiametro 576. da 25. che darà il circolo 1814? e darà l'area del spatio spirale 793. $\frac{3}{7}\frac{6}{7}\frac{4}{6}$ che sarà compreso dà vna linea spirale, che cominci dà O, e termini in A.

Mà diamo l'essempio secondo, è la figura, e poniamo, che AI sia 6. e però IL 12. piedi, l'area del circolo sarà 452. il quadrato del semidiametro IL 12. sarà 144. il numero piano dell' IL multiplicato per l'IA sarà 72. il quadrato numero della sua differenza piedi

6. sarà 36. & il terzo 12. che con 72. farà 84. Dirà dunque se 144. dà 84. che darà 452? e darà per lo spatio spirale LMNAL 263. $\frac{26}{144}$ che hà l'istessa proportione all'area del circolo maggiore, che 7. hà à 12. & al circolo minore, che 7. hà à 3. Onde l'area del circolo minore, che è 113. $\frac{1}{7}$ presa due volte, e vn terzo fà quasi l'istesso numero, cioè 263. $\frac{20}{21}$. E se diuidi l'area del circolo maggiore 452. per 12. darà 37. $\frac{8}{12}$ l'area della spirale per 7. darà 37. $\frac{4}{7}$, e l'area del circolo minore 113. $\frac{1}{7}$ darà 37. $\frac{2}{3}$ in circa, che sono quasi gl'istessi numeri; benche per causa de rotti vi sia qualche poco di differenza.

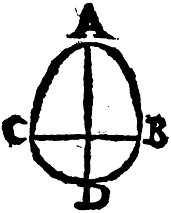
Si ponno ancora trouare i spatij spirali secondo, e terzo della figura, i cui diametri crescchino aritmeticamente al modo, che insegno nelle propositioni sopra cittate diuidendo il circolo LIQ, che comprende la seconda per 12. pigliando poi, e multiplicando il Quotiente per 7. Si come il terzo circolo diuidendo il circolo maggiore per 27 e di quelle parti prendendone 19. Mà il modo più vniuersale è quello, ch habbiamo vltimamente insegnato.

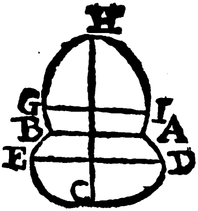
PROPOSITIONE 17.

Misurare la superficie d'vna figura Ouale, & altre irregolari.

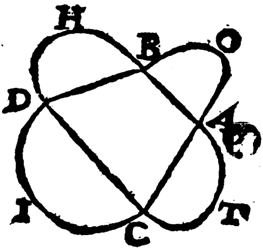
Figura Ouale, come ABCD consta di due mezze Ellipsi, ò d'vna mezza Ellipsi, e vn semicircolo, l'vna delle quali habbi il diametro, e l'asse minore, come BAC, che serua per asse, e diametro maggiore all'altra, come BCD, nelle quali l'asse BC è minore alla

alla BAC, e maggiore alla BDC. Si misuraranno dunque queste due mezze Ellipsi, e si calcoleranno, come habbiamo insegnato di sopra, e si saprà l'area del ouato BACD.





Cosi anche si potrà sapere l'area d'vna figura piana, che nasce da vn Pero tagliato per mezzo al fiore, perche sono le due portioni di Ellipsi, le quali sono tagliate meno della metà, come si vede nella figura AHBC, la quale consta del pezzo d'Ellipsi AHB maggiore, che la metà IHG, & dell'altra metà ACB maggiore, che la metà DCE, benche la natura, che odia gl'angoli retti, ò troppo acuti in A, & B, non gli habbi precisamente fatti tali; mà pratticamente poco può variare dal vero.



Et à questo modo si ponno trouar le superficij di molti altri piani incerti, le quali constino di superficij tonde di diuerse figure, come della figura BACD, che consta della portione di circolo CID della Semiparabola AOB, & della portione di Ellipsi ATC; & BHD, perche trouate tutte l'aree di queste figure semicurue terminandole

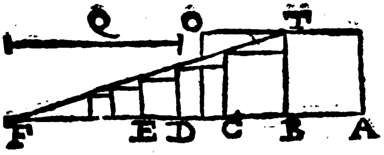
 dole

dole con le linee BD, AB, AC, CD, si trouerà poi la superficie rettilinea irregolare, ADCB, come habbiamo insegnato di sopra.

PROPOSITIONE 18.

Misurare vna serie infinita di superficij simili date le due prime basi.

Questa propositione è più curiosa, che vtile, essendo, che nelle fabriche rare volte, ò non mai si dà vna fuga di piani da misurarsi, la quale vadi decrescendo geometricamente, cioè come decrescono i numeri 72. 32. 16. 8 4 2 1. &c. ò come 3. 1. $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{27}$ ò di qualsisia altra tale processione, ma se si dasse dourebbesi misurare così date di quelle superficij simili, e proportionali, le due prime basi.



Si diano dunque le basi de due primi quadrati AB di piedi 16. & BC di piedi 8. nella progressione infinita AF de quadrati, che sono simili, e decrescono geometricamente, e per la propos. 14. lib. 6. à Questa si troui vna linea terza proportionale, la quale sia CD, ò pur per la 7 del Preludio dicendo se AB, da BC, che darà BC medesima, e darà CD di piedi 4. poi si leuarà la base prima AB dalla terza trouata DC, e la differenza sarà 12 e poi si dirà, se 12. differenza mi da 16 base, prima AB, che mi darà AB, e darà Q di piedi 21. e $\frac{1}{3}$. Si multiplichi dunque questo numero di Q per l'altezza BT, che è 16. & si

farà

farà il rettangolo OA di 336 $\frac{2}{5}$ piedi quadri; che sarà eguale alla multitudine infinita de predetti quadrati, come prouo con altre curiose demonstrationi alla propos. 5. tratt. 28. del nostro Eucl. Se fossero triangoli le figure date in scambio di multiplicare per tutta l'altezza BT, si multiplicherà per la metà di essa se fossero altre figure regolari, si ridurranno in triangoli, e con basi de due primi triangoli si trouerà vna superficie eguale à tutti essi, facendo conto di prendere solo vn triangolo di ciascheduna, e poi quella superficie ritrouata, che sia la predetta 336. $\frac{2}{5}$ per essempio, si multiplicherà per i lati della prima se fossero pentagoni per 5. se sessagoni per 6. &c.

Si potrà anche far così più facilmente, misurare l'area della prima figura AT, e poi dire con la regola delle proportioni; se Q dà il lato BA, che darà l'area TA sia di qualunque sorte? è darà vn'area eguale alla moltitudine delle superficij AF, che vanno diminuendosi con proportione geometrica.

PARTE SECONDA.

Delle misure superficiali de corpi.

LE superficij de corpi sono di due sorti, l'vne sono piane, l'altre sono tonde, e globose. Le superficij piane son quelle, che già habbiamo considerate in astratto nella precedente parte, che applicate à corpi, non però mutono specie; mà solo si multiplicono di numero, secondo le diuerse faccie; che il corpo ottiene. Le superficij globose; sono totalmente differenti, non solo dalle piane; mà anche frà se medesime, e sono sì difficultose da ridursi alle misure quadrate, che sin'hora poche sono state ridotte sotto misura; Per il che habbiamo nel nostro Euclide procurato di squadrarne molte; e ci è riuscito per gratia di DIO di soggettarne più d'vna alle misure quadrate, come quì faremo vedere.

CAPITOLO I.

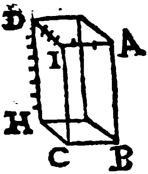
Delle superficij piane de corpi.

Non hauendo differente natura le superficij piane de corpi da quelle considerate in astratto nella precedente parte, mà essendo quelle stesse applicate à suoi corpi; breuemente in questo capitolo se ne spediremo.

PROPOSITIONE I.

Misurare ogni corpo, che consti di superficij piane, date le misure de lati.

Ogni corpo di superficij piane consta, ò di superficij quadrate, come il Cubo, ò più lunghe da vna parte almeno in quanto à due di esse, come qualsisia muro, ò pilastro, ò vero di triangoli rettilinei, come la Piramide, ò sia fundata sopra vna superficie triangolare, ò sopra qualsisia superficie di qualunque lati retti, come anche l'Octoedro, ò l'Icosaedro, ò pure di superficij pentagone, come il Dodecaedro, ò di miste; come altri corpi simili, che si descriuono nella sfera; ò finalmente di superficij incerte; mà sempre piane, e retti-e rettilinee, e così hauendo noi dato il modo di misurare tutte queste superficij, non vi resta da far altro; se nō misurar di tutte quelle, che nel corpo si trouaranno i lati differenti, e da ciascuno cauarne l'aree, e queste poi ridurle in vna sōma; e quella somma sarà l'area di tutte le superficij ambienti il dato corpo. Che se le superficij saranno tutte eguali, come de corpi regolari; basterà hauer la misura d'vna di esse; e quella multiplicar per il numero delle superficij, come dell'Ottocedro per 8: del Dodecaedro per 12. & il numero risultante dalla multiplicatione sarà l'area desiderata di tutte le superficij del corpo dato. E per darne vn essempio:



Sia offerto il Prisma DAHB, e si misuri il lato IA 3. piedi, & il lato CI, ò DH di piedi 10. multiplicandoli insieme farà 30: piedi per l'area della superficie IB, & in conseguenza dell'altra opposta eguale à questa. Misurato poi DI di piedi 4. e multiplicandoli per il lato HD, ò CI piedi 10; saranno piedi 40 per l'estensione della superficie CD, e per l'opposta. Finalmente multiplicato DI 4. piedi per IA 3. farà 12. piedi per la superficie DA, e per l'opposta HB, onde le trè superficij misurate saranno piedi 82. e l'opposte altretanto; e tutte insieme piedi 164.

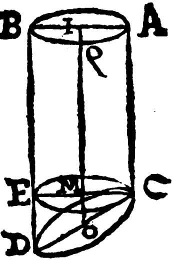
PROPOSITIONE 2.

Trouar l'area d'vn Cilindro di basi paralle-le eguali, e circolari, e rette all'asse.

Cilin-

Cilindro è vn corpo tondo, come vna colonna, che ſia tanto groſſa in cima, come in fondo, & habbi le baſi tonde.

Per miſurare il quale ſia dato il Cilindro BAEC, prima ſi trouarà il centro I del circolo della baſe, e per quelle ſi farà paſſare il diametro BA, miſurato il quale per mezzo di eſſo ſi trouerà la circonferenza BQA, e d'indi l'eſtenſione, ò area della superficie circolare BQA, e ſi duplichera per le due baſi, superiore, & inferiore. Di poi ſi miſurerà la sua altezza CA, e queſta multiplicata con la circonferenza BQA, darà l'eſtenſione della superficie curua, che lo circonda.



Queſta operatione è da me prouata alla prop. 4. tratt. 31. del noſtro Euclide. Per eſſempio poniamo, che il diametro della baſe circolare del Cilindro habbi 15. piedi dunque la circonferenza, come hò insegnato prop. 7. part. 1. multiplicando per 22. e diuidendo per 7. darà piedi 47 $\frac{1}{7}$; quindi ſi trouerà l'area del circolo della baſe piedi quadri 176. $\frac{6}{10}$, che per la baſe inferiore, e superiore ſi duplicherà, e sara piedi quadri 353. $\frac{2}{10}$. Miſurata poi la sua altezza, poniamo ſia piedi 50. ſi multiplicherà 50. per 47. $\frac{1}{7}$ circonferenza, e ſi farà la superficie ambiente piedi quadri 2357. $\frac{1}{7}$, e con le baſi farà 3063. $\frac{33}{70}$.

COROLL.

Quindi è, che da ciò potremo sapere l'area d'vna volta lunga, come d'vn Corritore

senza

senza Lunete, ò Crociere parallela all' Orizonte, perche si trouarà la sua area, come se fosse d'vn mezzo Cilindro multiplicando il semicircolo, & ambito per la sua longhezza.

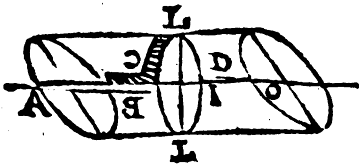
PROPOSITIONE 3.

Misurar la superficie d'vn Cilindro di basi Elliptiche: mà parallele, ò siano rette all'asse, ò oblique:

Non vi è altra differenza dalla precedente operatione; se non questa sola, che dal diametro dell' Ellipsi dobbiamo calcolare la circonferenza Elliptica BQA retta all' asse; come nel fine di questa parte s'insegna; ò misurarla; è quella multiplicata per l'altezza dell' asse IM, ò IO darà la superficie; che circonda il Cilindro BAEC, ò BACD; e le basi Ellipriche si misureranno; come habbiamo insegnato di sopra trattando dell'Ellipsi prop. 11. e ciò quando saranno; ò vna, ò entrambi rette all' asse; mà quando non fossero tali; siano circoli; siano Ellipsi; all' hora bisognerà sù la superficie del Cilindro disegnare l'ambito d'vna linea; che circondi il Cilindro ritornando in se stessa, che sia ad angoli retti con l'asse; e si farà così. Si porrà vna riga sopra la base; e l'altra sopra l'altra, come AB; OD, in tal modo, che trasguardate l'vna copri perfettamente l'altra; che li Matematici chiamano esser nell' istesso piano, e notati i ponti nella circonferenza; doue segono i loro lati, si tirerà vna linea dà base à base; come OA, & à questa due; ò trè parallele, ponendo poi la squadra, ò di rame, ò cartone sopra OA; & sopra all' altre parallele, l'altro

braccio

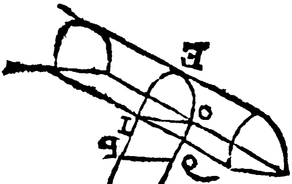
braccio si piegherà attorno al Cilindro, & appresso esso braccio piegato si tirarà attorno al detto Cilindro vna linea LIL, la quale sarà quella, che si richiede. Si misuri dunque questa circonferenza, e sia per essempio trè palmi.



Si multiplichi questa per l'altezza del Cilindro di 15. e si haueranno per la superficie ambiente il Cilindro 45. palmi quadrati, à cui aggiungendo le aree delle due Ellipsi delle basi misurate come sopra, si hauranno le estensioni di tutte le superficij del Cilindro obliquo. Questa propositione è da me dimostrata tratt. 31. prop. 5. del nostro Euclide.

COROLLI.

Quindi si trouerà la superficie d'vna volta longa, senza lunete, ò crocciere rampante, come d'vna scala: perche fatte due linee in squadra all'imposta della volta vna per due, ò trè braccia distante dall'altra, come IO, PQ.



Et trasguardando per esse la volta in tal maniera, che vna nasconda l'altra, si faranno de ponti, come IEO, la doue impediscono, e coprono la vista della volta, e per essi si tirerà vna linea curua, e quella si misurerà,

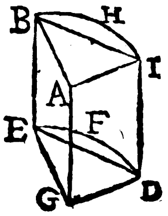
che

che si multiplicherà per la lunghezza della volta, & il prodotto sarà l'area di tutta la volta.

PROPOSITIONE 4.

Misurare la superficie d'vn pezzo di Cilindro, che habbi vna base composta d'vn settore Elliptico, ò circolare.

Sia vn Cilindro, che non habbi basi parallele perfette, mà siano per essempio vn settore d'vn circolo, ò d'vna Ellipsi, come IAB, GDE.



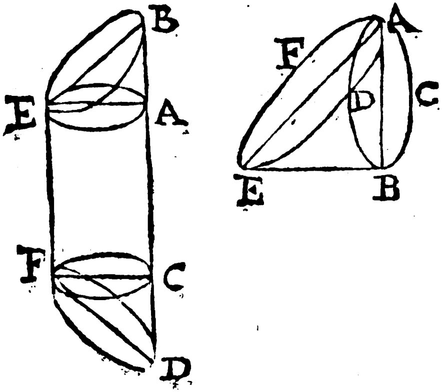
Si misurarà l'ambito IHB, e questo si multiplicherà per l'altezza ID, & il prodotto sarà la superficie curua, che lo veste. L'altre superficij poi IAGD, AGBE si misureranno come le superficij piane, & i due settori IAB, GED, come di sopra propositione 8. & 13. parte 1. che se fosse la base vna portione di circolo, come IBH, si trouerà l'area di quella portione, e del rettangolo IBDE, e la superficie circolare, come sopra.

E questo medesimo si osseruerà in qualunque altro corpo Cilindrico di qualunque sorte di basi parallele, perche misurato il contorno della sua superficie curua, e questa multiplicata con l'altezza, darà l'estensione della medesima superficie. Per essempio se la base fosse vna Parabola, il contorno di essa multiplicato con l'altezza, darà la sua area.

PROPOSITIONE 5.

Misurar vna superficie acuta d'vn pezzo di Cilindro da vna base tagliato obliquamente, e dall'altra ad angoli retti.

Se vi sarà vn pezzo di Cilindro, come AEB, di cui vna base lo tagli ad angoli retti alla EB, l'altra come AFED obliquamente, e si cerchi di misurare la superficie.

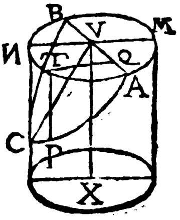


Si misurerà la circonferenza della base retta, sia ella Elliptica, ò circolare, come ADBC, e si multiplicherà per la metà dell'altezza BE, e quel numero, che nascerà dalla multiplicatione, sarà l'area della superficie curua del detto pezzo AEB, come prouo alla prop. 6. tratt. 5. del nostro Euclide. Le basi AFE, & ADB circolari, ò Ellipriche si trouc ranno come sopra; mà se l'AEF base, non toccasse la base ADBC si tirerà, come habbiamo insegnato in questo capitolo alla prop. 3. vna circonferenza ad angoli retti, che tocchi, come FC, ò pure EA, e si farà l'istesso, l'istesso, come prima, e poi della superficie del residuo Cilindro EAFC si farà il conto, come alla prop. 2. ò 3. di questo capitolo, essendo egli di basi rette parallele AEFC, e poi tutte trè le superficij curue del pezzo di Cilindro BAE, & FCD, e del Cilindro AEFC, con le due delle due basi BE, FD, si ridurranno in vna somma, e così sarà misurata tutta la superficie del Cilindro.

PROPOSITIONE 6.

Misurare ogni sorte di Ongia Cilindrica, e le sue parti, purche il Cilindro sia circolare, e la base retta.

Sia da misurarsi l'Ongia ABC d'vn Cilindro, la cui base sia all' asse XV ad angoli retti, e circolari BNAM segata per vn piano, che passi per mezzo al diametro AB della base NBMA, & obliquamente la seghi, come fà il piano ABC, e si cerchi la superficie ABNC, che curua la circonda.



Per ciò ritrouare, come prouo alla prop. 34. tratt. 31. del nostro Euclide, basta multiplicare l'altezza NC per il diametro BA, e quel rettangolo numerico sarà eguale alla superficie ABNC. La superficie poi BCA, come prouo alla prop. 22 tratt 25. e vna mezza Ellipsi, onde si misurerà come si è detto, sì come il mezo circolo BNA, & così saranno misurate tutte le superficij vngulari.

Per misurare poi le parti, come PIQA si tirerà dal T vna perpendicolare al diametro, che sia QT, e si misurerà QA, e l'altezza NC, e multi-e multiplicando l'vno, e l'altro insieme il prodotto farà l'area della portione PTA della superficie vngulare, come prouo nel corollario della propositione 34. tratt. 31. del nostro Euclide.

CAPITOLO 2.

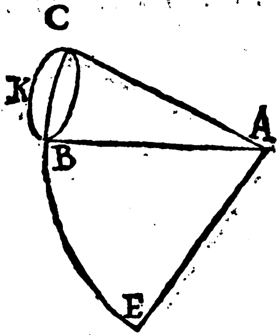
Della superficie de Coni.

La superficie de coni è più difficile da ridursi in misura, che di Cilindri, anzi negl' obliqui sin' hora non si è trouato modo di misurarla, però non lascierò di darne qualche documento.

PROPOSITIONE 7.

Trouar le superficij de coni circolari retti.

Cono è vna figura, come vna Piramide, che hà la base tonda, ò Elliptica, come BCK. Dunque per misurar la superficie del cono CAB, si misurerà il diametro CB, e da questo si trouerà la circonferenza del circolo



della base CKB, quindi si trouerà l'area dell'istessa base, di poi si misurerà il lato A del cono ACB, e si seruirà di esso, come di semidiametro per trouar l'area del settore BAE dell'istesso circolo, come hò detto prop. 8. part. 1. pigliandolo come vna parte di circolo.

La

La cui circonferenza sia eguale alla semicirconferenza della base CKB, e questa sarà l'area della superficie curua ambiente il cono CBA, che congionta con l'area della base CKB già trouata, compirà tutta la superficie del cono.

Per essempio posto, che il diametro BC sia palmi 9. la circonferenza CKBC, sarà palmi 28. $\frac{2}{7}$, l'area sarà 63. $\frac{2}{7}$ quasi; il lato BA sia 37. piedi, dunque multiplicati 28. $\frac{2}{7}$ per 37. si produrrà vn' area di piedi 1046. $\frac{4}{7}$ della quale la metà 523. $\frac{2}{7}$ sarà la superficie curua del cono ACB, ò pure multiplicando 14. $\frac{1}{7}$ per 37. ò pure multiplicando 28. $\frac{2}{7}$ per 18. $\frac{1}{2}$ si farà l'area istessa 523. $\frac{2}{7}$. Queste propositioni sono da me prouate alla prop. 24. 25. tratt. 31. del nostro Euclide.

PROPOSITIONE 8.

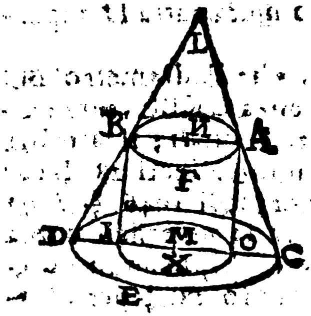
Trouar la superficie d'vn pezzo d'vn cono retto.

Si misuri il diametro della base superiore, & inferiore, come nella figura del cono DLC dato vn suo pezzo da misurare BFAD-EC, Si misurarà il diametro BA di 10. palmi, & DC di 16. si sottrarà poi l'vno dall' altro, e sarà 6. e congionta la metà 3. col circolo minore si farà il diametro del circolo medio 13.

Onde la circonferenza sarà 40. $\frac{6}{7}$, e però l'area dell' anello piano DIOCXE, come habbiamo insegnato prop. 10. parte 1. multiplicando la circonferenza media con l'OC di palmi 3 sarà 122. $\frac{4}{7}$ l'area piana nell'anello. D'indi si misurerà l'altezza del lato del pez-

 zo del

zo del cono AC; e sarà palmi 9. Si dirà dunque se 3. danno 9. che darà 121. [illegible] e darà 367. [illegible] che è quasi 367. [illegible], e tale sarà la super-



ficie del pezzo del cono BADEC. Questa è mia propositione prouata alli 30. del tratt. 31. E questo non solo della superficie tutta del pezzo del cono, mà anche delle sue parti diuise da linee rette terminanti nel vertice L, che diuidino il cerchio inferiore, e superiore in parti proportionali, perche tale sarà OC all' AC, come vn pezzo della superficie dell'anello piano dell'istesso giro alla portione della superficie del pezzo di cono, così se il giro del pezzo dell'anello di mezo sarà 10. l'area sarà 30 onde adoprata la regola del trè, dicendo se 3. danno 30. che daranno 9. ne verrà 90. area portione della superficie del pezzo di cono desiderata; mà si può far anche in vn' altro modo, che insegno con Archimede nell'istesso trattato propositione 32.

Si vnischino insieme i semidiametri della base superiore BFA palmi 5 e inferiore DEC palmi 8. e saranno palmi 13. e si multiplichi col lato AC palmi 9. e sarà palmi 117 da cui si sottrarà la radice quadra, che sarà palmi 10. [illegible], e questa duplicata 21. [illegible], come diametro si adopri per trouar il piano d'vn circolo, e darà di circonferenz 68. palmi, la cui metà 34. multiplicata per il semidiadiametro 10. [illegible] darà l'area d'vn circolo di palmi 367. $\frac{2}{3}$ eguale alla superficie del pezzo di cono BEADEC, che si cercaua.

COROLL.

Quindi si potrà trouare la superficie d'vn pezzo di Volto, che sia più largo da vna parte, che dall'altra, & il circolo di dietro sia più grande, che quello d'auanti, perche la metà dell'area d'vn pezzo di cono è l'istesso, che la sua superficie.

PROPOSITIONE 9.

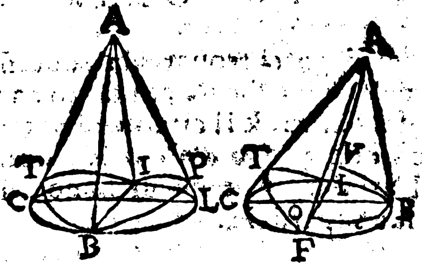
Trouar l'area d'vn cono obliquo di base circolare, ò retto di base Elliptica, almeno appresso à poco.

Insegno alla propos. 38. tratt. 31. & alla prop. 2. tratt. 35. del nostro Euclide di saper trouar le superficij de coni Scaleni, & Elliptici, e in vero la dimostratione è euidente, se non fosse, che è fondata nell'inscrittione, e circonscrittione de corpi Cilindrici, la superficie de quali non s'accommoda bene alle superficij de coni, ò delli altri corpi globosi, che si pretendono in esse di squadrare: perilche già che non hò potuto trouarne la superficie loro matematicamente, hò destinato hora di trouarla tanto vicina, che pratticamente non sia lontana dal giusto, e se vi è, che si renda disprezzabile il suario.

Sia dato ABC cono scaleno di base tonda, ò Elliptica, come LAC, si attachi in A vna funicella, che non si possi allungare più, ò meno, mà stia nel medesimo stato, e si veda,

 quale

quale è la distanza più corta della cima, e là si facci vn segno per essempio in B, e quale è la più longa, e parimente si noti, e sia C, ò L, e tirata vna linea da B à C sopra alla base cir-



colare del cono obliquo, ò nell' Elliptico da L à C, se ne tiri vn' altra per il centro del circolo, ò dell' Ellipsi ad angoli retti IF, ò BL, ò se la base non si potesse segnare, si prenda il mezzo trà la B, & C, e sia F, & I, e si tirino le linee della cima FA, & AI, ò BA, IA, e da quelli ponti con l' istessa funicella si tiri vna linea IFT, & VBO, ò nell' altro cono Elliptico ITB, & IPB. Misurata dunque la distanza dalla cima IA, si multiplicherà con la metà della linea curua FTI, e sarà l'area FTIA di parte della superficie del cono, e così si farà della VBO, e dell' altre, multiplicando la sua metà per l'altezza VA, e ne haueremo l'altro pezzo, come habbiamo detto, e prouato al preludio di questo trattato prop. 13. Restono le due superficij ITFC, & FVBOI, le quali appresso à poco multiplicate per la metà dell' altezza loro, cioè per la metà di tutta la linea curua tirata vltimamente, che le forma, come la metà della TC per la metà di FTI, ò la metà della FO per la metà VBO. Si farà vn parallelogramo vguale ad vn triangolo

angolo

angolo di linee rette, la cui altezza fosse TF, e la base fosse TC, il quale in vero poco differisce dal triangolo ambiente il cono TCF, ò TIC. Si come il parallelogramo fatto della metà della OF, e della metà della VBO è eguale al triangolo fatto della base OF tutta alto quanto OB poco differisce dal triangolo curuo OFB, come si può chiarire qualunque dalle superficij coniche gettate in piano nell'Espentione 2. tratt. 32. del nostro Euclide, e così si farà de triangoli nel cono Elliptico TCB, e TCI, ILP, e PLB. Onde sarà misurata la superficie del cono Scaleno, ò Elliptico almeno appresso à poco, quando à queste superficij s'aggiungeranno le superficij delle basi.

CAPITOLO 3.

Del misurar le Volte à Padiglione, e Lunette.

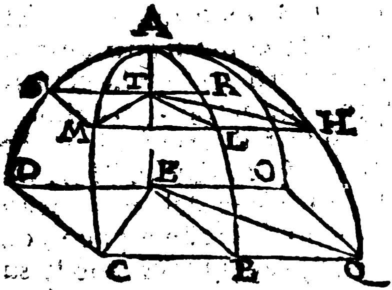
Le regole, che daremo in questo, e nel seguente capo circa il misurare le Volte quadrate, ò d'altre figure, trattone le circolari, son tutte di mia inuentione; delle quali fin hora non è stata data regola alcuna.

PROPOSITIONE 10.

Misurare la superficie d'vna Volta quadrata, & ogni sua parte, il cui sesto sia semicircolo.

Sia data da misurare vna Volta quadrata, ò vna sua metà AODCQ fatta su'l sesto di mezzo circolo, di cui sono i quadranti AOE, & AED, & BAE.

Per ritrouar dunque la superficie BAC, si misuri il radio EA, & il lato BC, e poi si multiplichi la longhezza BC per il semidiametro EA, perche questo rettangolo numerico sarà



eguale alla superficie BAC, come prouo prop. 34. tratt. 31. del nostro Euclide, perche io colà prouo, che vna superficie, la cui base sia doppia à BEA, & essa doppia à BAC sia eguale ad vn rettangolo doppio d'area fatto dell'altezza BC, e del diametro tutto doppio al radio, e semidiametro EA. Faremo poi l'istesso della superficie QBA, e della superficie QOA, & CDA, & haueremo misurata la metà della Volta, onde dupplicando la somma di queste quattro superficij, sarà ridotta in misura tutta la superficie della Volta, che si doueua misurare.

Mà faciamo, che si douesse solo misurare vna parte di essa, ouero che fosse data vna Volta fatta non sopra il sesto d'vn semicircolo perfetto, mà sopra vna portione di esso, come sarebbe la Volta ARSMH.

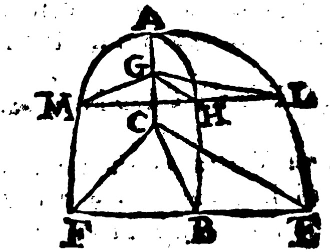
Per far questa misura si misurerà la TA, e la BC, che se non vi fosse facilmente si trouerà,

uerà, facendo tutto il circolo; di cui LTA è vna portione; perche così si trouerà il semidiametro BE, ò BC, il quale multiplicando con TA darà vn rettangolo, ò numero piano vguale alla superficie AML, così si farà dell'altre trè parti, e si heueranno tutte le altre superficij, MAS, HLA, HRA la somma delle quali dupplicata darà tutta la Volta, lacui metà è ASMHR.

PROPOSITIONE XI.

Misurar vn Volto fatto sopra ad vn Pentagono, Sexagono, Ottangono ò qualsisia altra figura di lati vguali, il cui sesto sia vn mezzo tondo.

Sia ABC vn quadrante, che diuida in squadra, e per mezzo il lato EF, e l'angolo EBC sia retto, sopra il quale quadrante si curui la superficie d'vna parte di Volta EAF,



che sia portione d'vna qualche figura regolare, il lato della quale eguale à gl'altri sia EF, e l'angolo ECF, sia l'angolo al centro C della predetta figura In tal modo che, se Pentagono l'angolo ECF sia la quinta parte di tutto il giro, se è Sessagono la sesta, &c. Essendo dunque figura regolare, & i lati tutti

 ti

ti vguali, e gl' angoli vguali, saranno anche eguali le parti di Volta, che s'agirono, e voltano per ricoprire l'istesso piano. Onde misurata questa, saranno misurate tutte le altre.

Per misurarla dunque, si misuri BF, & il semidiametro AC, e si multiplichi l'vn per l'altro, e questo piano di numeri, sarà eguale alla superficie ABF, eguale all' EAB superficie Cilindrica. Onde duplicata farà tutta la superficie EAF, la quale multiplicata per il numero de lati darà tutta la superficie della Volta. E l'istesso si farà, se l'arco fosse portione di circolo, & vn pezzo di Volta tagliata parallela all' Orizonte, perche si misuri l'altezza GA, e poi la lunghezza FB, e multiplicando l'vn per l'altro, farà la superficie HAM, che duplicata farà la superficie LAM, e multiplicata per il numero de lati farà tutta la Volta, il cui sesto sia vna portione di giro, come è HA. Questa propositione è prouata da me prop. 21. tratt. 31. del nostro Euclide.

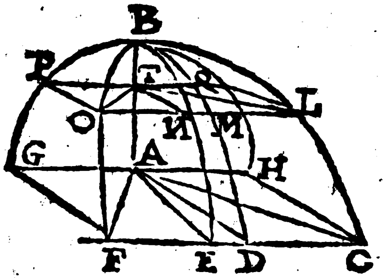
PROPOSITIONE 12.

Misurar vna Volta sopra vn Rombo, ò altra figura di lati vguali, e d'angoli disuguali, di cui però il sesto sia vn semicircolo, ò quadrante di esso.

Sia la Volta BHGCE sopra vn Rombo CHGF, & AEB quadrante si facci perpendicolare al lato CF. Si misurerà l'AB, e la EF, & il risultato dalla mutua multiplicatione di queste misure, frà loro sarà eguale alla superficie EBF. Così misurata CE, e multiplicata con l'AB, sarà eguale alla superficie

CBE.

CBE, onde l'vna, e l'altra aggiuata insieme si farà la superficie CBF, che se vogliamo solo la superficie CDB multiplicato DE con AB si sottrarà il generato da CE in AB, e restarà CDB. Si farà poi di BPGFO e dell' altra BLCHQ superficij, come nella precedente propositione.



L'istesso si farà del pezzo NOB multiplicando EF, con TB, e del pezzo NLB multiplicando EC con TB, e se si vorrà solo MLB multiplicato ED con BT, si sottrarà dal rettangolo EC, TB, e si hauerà la superficie LMB. Questa propositione è prouata da me nel Coroll. propos. 21. tratt. 31. del nostro Euclide.

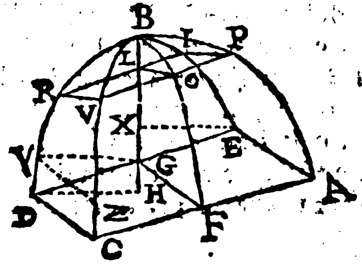
PROPOSITIONE 13.

Misurare vna Volta quadrata rampante; il cui sesto sia vn semicircolo.

Sia data vna Volta, la cui imposta, e lato AC sia più alto da vna parte, come A, che dall'altra C, & il suo sesto perpendicolare all' Orizonte è alla CA, sia il quadrante FBG.

Si

Si farà come habbiamo prouato al principio di questo propos. 14. l'istesso, che de Volti retti, multiplicando la GB per FC per ritrouar la superficie del Volto rampante BOFCV, & AF, con GB per trouare la superficie AFPOB. E l'istesso, che di sopra, si farà anche per trouar le superficij delle parti, come della BPV, perche si multiplicherà FC, con LB per trouar OBV, & AF con LB per trouar la superficie POB, poiche come habbiamo detto nel principio di questo libro prop. 14. benche il circolo, e sesto non sia normale al piano, che passa per l'asse del Cilindro, come è AEDC, che passa per l'asse ED, à cui non è perpendicolare il circolo, ò quadrante FBG, nulladimeno si verificono tutte le propositioni del tratt. 31. del nostro Euclide dalla prop. 14. fino alla 23. nelle quali habbiamo mostrato questa operatione.



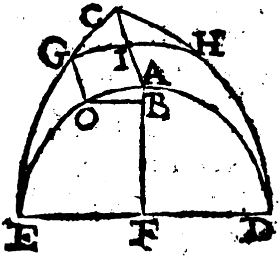
Le altre poi due parti ABE, & DCB si misureranno, come le parti, tirando EX normale alla GB, e misurata la XB si multiplicherà con l'altezza EA, & il prodotto sarà l'area curua AEB. Così si condurrà GY, e la YZ multiplicata per la GB, darà l'area ZYB, & il restante DYZC si potrà misurare multiplicando DY per DC, ò più giustamente tirata vna linea da Y normale all' Orizonte perpendicolare GB allungata in H, si multiplicarà la BH per la DC, e sarà l'area della superficie DYBZC.

BZC. Auuerti però, che queste Volte ascendenti sono ordinariamente fatte sopra due portioni di circoli GBE, & GYD, de quali i centri sono sù la linea istessa HB. Onde si son misurate, come Volte che habbino per sesto vn quadrante, ò vna portione di esso.

PROPOSITIONE 14.

Trouar la superficie d'vna Lunetta, ò di vna croce d'vn Volto à crociera, il cui sesto sia vn semicircolo, e delle sue parti tagliate, ò da linee parallele, ò da circoli paralleli.

Sia data la Lunetta d'vn Volto DCBA, e si debba trouar la sua area, e delle sue parti. Si misurerà il semidiametro FE, e gli si aggiungerà il suo settimo, e poi si misurerà la distanza AC della sua ponta C dal muro A, e dal circolo, che gli dà il sesto à squadra, e si multiplicherà FE, e vn settimo per la sua lunghezza AC, e quel prodotto sarà l'area della Lunetta, come prouo nel preludio propositione 15.



Per misurar poi vn suo pezzo diuiso dalle linee parallele AC, OG dall'O ponto, doue termina la linea OG, tirarassi vna normale al diametro AF parallela alla DE, e si misurarà BA, e si multiplicherà per AC, poi si misurarà l'arco AO, e si multiplicherà parimente per l'AC, e da questo prodotto si sottrarà il precedente, cioè dal rettangolo piano nato dall' arco AO, & lung-

& lunghezza AC il rettangolo AB, AC, & il residuo sarà l'area della portione predetta, ò pure misurata l'AB, si sottrarà dalla misura dell'arco AO, & il residuo dell'arco multiplicato per la lunghezza AC darà l'area della predetta parte.

Se poi fosse da trouarsi il segmento HCG diuiso da vn circolo parallelo HIG al circolo DAE. L'arco HIG si multiplicherà per la lunghezza IC, e poi si sottrarà da essi il rettangolo fatto dà AB, & AC due volte, ò duplicato, & il resto sarà il pezzo di Lunetta HCG, come prouo nel preludio prop. 16.

Se poi si dourà misurare vna Volta à croce, si farà l'istesso del tutto, e delle sue parti, perche il Volto à croce, non è altro, che quattro gran Lune, la cui lunghezza, e ponta arriui fino alla metà della Volta.

PROPOSITIONE 15.

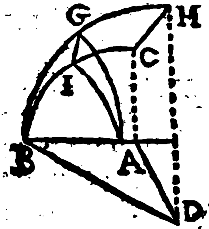
Misurar vn Volto all' antica, terzacuto à crociera.

Si farà così. Sia da misurarsi la Luna, ò croce AGIB terzacuta. Si veda, che semidiametro ha l'arco IB, e si finisca il quadrante BIC.

Poi per veder, quanto sarebbe la lunghezza della Luna, se fosse sopra tutto il circolo su'l piano dal fine A del semidiametro AB si tirerà l'AD, e dà B la DB, che sia à piombo sotto la costa BGH, & il piombo mandato à basso da essa cada sopra la BD, e poi si misurarà la lunghezza AD, che sarà l'istessa, che GH. Si multiplicherà dunque con la metà del semidiametro BA, & vn suo settimo la lunghezza

AD,

AD, e questa sarà tutta la superficie CHB della metà della Luna, se fosse essa Luna intiera.



Di poi si trouerà il pezzo di essa, che soprauanza serrato dalle due parallele CH, IG multiplicando il seno verso dell'arco IC per l'altezza CH, come sopra prop. 14. parte 2. e poi l'arco CI con la CH, e da questo rettangolo, ò piano di numeri sottrahendo quello prodotto del seno verso dell'arco IC multiplicato per CH, e questo residuo sarà la superficie CHIG, che sottrata dalla superficie già ritrouata CHB darà per residuo la superficie BIG, che dupplicata farà tutta la superficie BGIA.

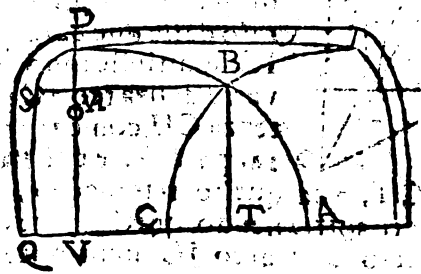
PROPOSITIONE 16.

Misurare il spatio, che viene occupato, e tagliato dalla Luna nel Volto.

Sicome è ragioneuole misurar le Lune, che certo fan maggiore la superficie d'vn Volto, così è conueniente leuar dal medesimo Volto quella superficie, che occupa il spatio della Lunetta, che in altro modo verebbe poi con la Lunetta ad accrescere molto più la superficie, di quello, che vuole il giusto. Si farà dunque così.

Appendendo vn filo à piombo, si trasguardara doue và à finire à mezzo il Volto la costa della Lunetta AB, che sarà per essempio in D, e si notera su'l muro à squadra in Q, e poi si notterà il liuello BN, vedendo quando di piombo v'è anche per arriuar al Volto,

e que-e questo si sottrarà vna volta dal semidiametro DV, e poi il residuo NV si multiplicherà con la linea dall' A sino al Q, doue il piombo VD trasguardato in squadro col muro



termina la lunghezza AQ, e darà la superficie del Volto ABSQ, e poi si misurerà l'arco SQ, e si multiplicherà con la BS, e darà la superficie della Volta TBQS la quale si sottrarà dalla SQAB, e resterà la superficie ATB, che dupplicata darà tutta la superficie ABC.

CAPITOLO 4.

Delle superficij delle Sfere, e Sferoidi, e sue parti. E delle Sferoidi quadrate.

La superficie delle Sfere, e sue parti è stata trouata da Archimede, e porto le sue proue tratt. 31. del nostro Euclide prop. 40 e seguenti, la superficie poi della Sferoide, che è d'vn corpo ouale, e sue parti, il cui sesto sia vn' Ellipsi, ò voltato in tondo, secondo l'asse maggiore, ò minore, è stata trouata da me alla prop. 36. del detto trattato, e seguenti, & in questo capitolo daremo il modo di ritrouarle.

PRO-

PROPOSITIONE 17.

Ritrouar la superficie d'vna sfera.

Si troui la superficie del circolo massimo nella sfera, come habbiamo insegnato prop. 7. parte 1. misurando il suo diametro, che sia piedi 14. e poi dicendo se 7. dà 22. che darà 14? e darà 44. per il circolo massimo, la cui area sarà 154. si multiplichi poi il circolo massimo 154. per 4. ò si pigli quattro volte, farà 616. e sarà la superficie della sfera. Che se si desidera la superficie d'vna mezza sfera, si pigli per la metà, e farà 308. per la superficie d'vna mezza sfera.

Habbiamo poi insegnato alla prop. 9. & 10. tratt. 23. del nostro Euclide di trouar il diametro della sfera soda, mà perche qui trattiamo di misurar le Volte semisferiche, nelle quali potiamo entrare, basterà far passare vna linea per il centro del Salone tondo, ò Camera, ò Chiesa, che sia, & in caso, che men questo si potesse hauere, si potrà misurar la circonferenza di esso, e da essa cauarne il diametro, adoprando la regola delle proportioni, dicendo se 22. dà 7. che darà la circonferenza da me misurata che sia parti 44? e darà 14.

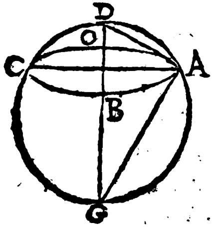
PROPOSITIONE 18.

Trouare qualunque superficie di sfera compresa da vn circolo minore.

Sia vn circolo minore nella sfera, cioè quello, che non passa per il mezzo di essa, e la taglia meno che la metà ABC, e si troui il polo D, che habbiamo insegnato matemati-

camente

camente prop. 19. tratt. 31. del nostro Euclide, mà pratticamente si trouerà cercando col compasso vn ponto egualmente distante dalla circonferenza del dato circolo, che sia D; e poi dal D all' A si tirarà la AD, e questa si misurerà che sia per essempio palmi 9. Dupplicando dunq; la misura presa, si trouarà con essa come diametro l'area d'vn circolo, che sarà eguale alla superficie ABOCD compresa dal circolo ABCO. Che se si vorrà l'altra portione, si misurerà la linea tirata dà A al G, e duplicata si farà all'istesso modo, ò pure si sottrarà la superficie ritrouata CDABO dalla superficie intiera di tutta la sfera, & il restante sarà la superficie ACBG.



Se la sfera fosse soda, ne si potesse hauere, ne la linea AD, ne la linea AG, il modo di ritrouarla è alla prop. 9. tratt. 23. parte 1. del nostro Euclide, ò pure nella 3. part. seguente propositione 28.

PROPOSITIONE 19.

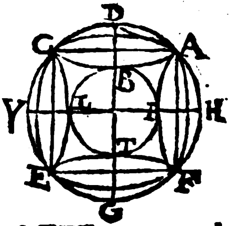
Trouar le superficij de quadrati curuilinei della sfera, e de triangoli, e del settore della sfera.

Questa propositione è posta à fine di trouar i triangoli delle Cupole, i quali restono da quattro archi, che le sostentono, e dal giro, in cui sono fundate.

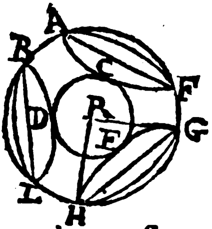
Sia dunque dato sopra la sfera il quadrato curuilineo ACFE tagliato da quattro circoli CB, AIF, FTE, & CLE. Si trouarà la sua

area,

area, trouando prima l'area di tutta la sfera; e poi l'area delle quattro portioni CLEY, AIFH, ABCD, FEGT eguali.



Trouando vn circolo, il cui semidiametro sia eguale à DA, come hò detto, e questo quadruplicato si sottrarà dall'area di tutta la sfera, & il restante sarà l'area di due quadrangoli curuilinei ACFE, vno dà vna parte, l'altro dall'altra, diuiso dunque questo residuo per mezzo, si farà l'area del quadrangolo curuilineo ACEF, e se si trouar l'area della portione della sfera compresa dal circolo IBLT, e si sottrarà da esso quadrangolo ACEF, restaranno i quattro triangoli ABI, e CBL, & FIT, e finalmente ETL.



Mà se questi triangoli finissero, nõ in vn ponto, mà in vn'arco, e fossero quadrangoli, all'hora sottrate le quattro portioni comprese ne circoli come prima, e se saranno 3. ò più, ò meno, come nella 2. figura conforme saranno, restaranno due aree, come ABFGHL, le quali partite per mezzo, e da questo residuo leuata l'area sferica chiusa del circolo ECD, resteranno i trè quadrangoli; il terzo della cui somma sarà vno di quelli, come CDAB. Nota che i circoli ABC, &c. nelle Cuppole, che le sostentono, non possono esser disuguali, se la Cuppola non è ouata.

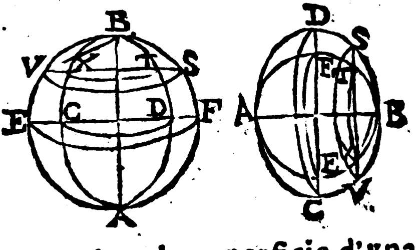
COROLLI.

Facilmente poi si trouarà la superficie del settore della sfera, ponendo insieme la superficie intrapresa dal circolo CEH, e la superficie del cono retto GRH.

PROPOSITIONE 20.

Trouar la superficie d'vna Sferoide, il cui sesto sia vn Ellipsi, il cui asse attorno al quale s'auolge, sia ò il maggiore, ò il minore.

Habbiamo prouato alla prop. 37. del nostro Euclide tratt. 31. che l'istessa proportione, che il circolo hà all' Ellipsi, purche habbino vn diametro commune, hà la superficie della sfera, alla superficie della Sferoide; e prima alla prop. 24. tratt. 30. haueuamo prouato, che la superficie del circolo, alla superficie dell' Ellipsi, è come il diametro del circolo al diametro dell' Ellipsi. Dunque la superficie della sfera, alla superficie della Sferoide *ex æquo*, sarà come il diametro del circolo al diametro dell' Ellipsi.



Sia dunque data la superficie d'vna Sferoide da misurarsi ABCD, sia Sferoide lunga & il diametro maggiore serua per asse, ò sia Sferoide obtusa, & il diametro minore sia l'asse,

attorno

attorno al quale s'auolghi, e sia noto l'asse BA attorno, e sopra al quale s'aggira. Da quello si troui la circonferenza delsuo circolo, e di esso, come di circolo massimo trouata l'area, quadrupplicandolo si troui la superficie d'vna sfera, à cui possi seruire di circolo massimo, & hauendo noto l'altro diametro principale CD, si cerchi per la regola del trè, se EF, ò AB da CD, che darà la superficie della sfera EBFA, e darà la superficie della Sferoide BCDA, che si cercaua.

Sia data per essempio la Sferoide, il cui diametro minore, & asse sia di palmi 50. il circolo sarà di giro palmi 157. $\frac{1}{7}$ l'area del circolo sarà 1966. $\frac{1}{2\,4}$ la sferica superficie 7864. $\frac{2}{7\,2}$ l'altro diametro sia palmi 82. Si dirà dunque se 50. danno 82. che darà la superficie della sfera 7864. $\frac{2}{7}$, e darà 12897. superficie globosa della Sferoide. Potrassi anche trouare la superficie dell' Ellipsi, che la taglia per mezzo come di CD, che sarà 3224. $\frac{\cdot}{2}\frac{6}{1}$, e quadrupplicarla, e darà l'istesso 12896. $\frac{4}{5}\frac{3}{\cdot}$.

Si può anche fare trouando trà il diametro maggiore 82. e 50. minore vna media proportionale, che sarà 64. & vn poco di più multiplicandoli insieme, e sottrahendo la radice quadra, e della sfera ch' habbi questo diametro trouarne l'area 12872. quasi quanto prima, benche con la media proportionale, che alle volte non si troua tanto giusta ne numeri, non venga l'istesso precisamente, è però la propositione euidente nel nostro Euclide, prop. 37. tratt. 31.

Per ritrouar poi l'area d'vna Cuppola ouale in quanto all'altezza, e tonda in quanto al giro.

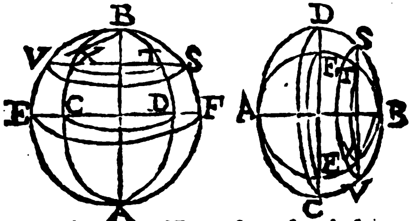
Si prenderà la metà della superficie trouata come sopra, nella quale l'asse, attorno al qual s'auolge sarà la sua altezza presa dal mezzo, e l'altro asse sarà il diametro del circolo, in cui si fonda.

PROPOSITIONE 21.

Trouar l'area d'vna portione di Sferoide, meno che la metà tagliata da vn piano parallelo alla sua base.

Non vi deue esser alcuna difficoltà, à trouar l'area della metà d'vna sferoide, perche basta prender la metà del numero precedente; mà quando la portione sarà minore della metà tagliata da vn piano parallelo all' asse CD; si douerà proceder à questo modo.

Si trouerà l'area della portione VBS della sfera fatta dell' asse, attorno à cui s'auolge, come di BA, e si misurerà VS, & XT, e poi con la regola delle proportioni si dirà; se VS



linea, dà la linea XT, che darà la superficie della portione della sfera VBS, e quello, che ne viene, sarà la portione della superficie della sferoide acuta XBT; questa prop. si raccoglie dalla prop. 36. tratt. 31. del nostro Euclide, ò pure dirai se TX dà VS che darà TBX, & quello ne viene sarà la portione della sferoide obtusa SBV.

E per

E per darne vn' essempio sia la subtensa nel circolo della sfera VB, la quale dupplicata sia palmi 47. la circonferenza sarà palmi 147. $\frac{5}{7}$ del semidiametro de quali 23. $\frac{1}{7}\frac{1}{4}$ è semicirconferenza 73. $\frac{1}{1}\frac{3}{4}$. Si cauarà l'area del suo circolo, la quale sarà palmi quadri 1732. Sia poi la subtensa VS, 108. ò facendo numero più picciolo la metà, palmi 54. e la metà d'XT palmi 30. Adoprando dunque la regola del trè, si dirà se 54. mi danno 30. che darà 1732. e darà per area palmi quadrati 962. $\frac{1}{5}$.

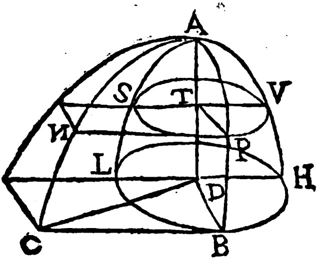
Si potrà anche fare, trouando vna media proportionale trà l'VS, & XT, & vn' altra trà EF, & CD di questa proportionale farne vn circolo, e l'altra già trouata accommodarla dentro all' istesso circolo, e diuidendola per mezzo tirargli vna perpendicolare, e dall'vna, e l'altra, doue finiscono nel circolo tirare vna linea, e di questa, come semidiametro trouar vn circolo, che sarà eguale alla superficie XBT, come prouo nel Coroll. della prop. 37. tratt. 31.

PROPOSITIONE 22.

Misurare vna quarta parte della superficie d'vna Volta à padiglione, e sue parti.

Sopra habbiamo insegnato misurar vna tal Volta, che habbi per suo sesto il semicircolo, hora per hauer posta la propositione precedente, in cui questa si fonda, diamo la regola di trouarla sopra vn' Ellipsi.

Sia dunque l'ottaua parte della superficie d'vna Volta à padiglione ABC, il cui sesto ABD sia vn' Ellipsi, si misurarà BD normale alla metà della Volta, & DA altezza, BC metà della lunghezza, e si trouarà con questi due semidiametri la superficie d'vna semisferoide, come HALB, il cui circolo della base habbi per semidiametro BD; che sarà ancora semiasse della mezza semiellipsi BDA, ò di tutta HAL, che la forma; & il cui asse, attorno al quale s'auolge sia DA, come habbiamo insegnato di sopra prop. 20. e poi si dirà con la regola delle proportioni, se HBL linea circolare, dà la lunghezza di essa BC, che darà la superficie della semisferoide HBLA già ritrouata, e quello ne viene, sarà la precisa superficie della metà della quarta parte d'vna Volta à Padiglione fatta sopra vn quadrangolo, ò quadrato, e l'istesso auerrà della metà d'vna quinta parte d'vn Pentagono, ò qualsisia altra figura regolare, ò irregolare rettilinea, purche si possa hauere la perpendicolare BD fino al mezzo D, la lunghezza BC di essa presa da B, e l'altezza perpendicolare DA presa dal mezzo di essa.



Si farà l'istesso delle parti della Volta predetta tagliata da vn piano Orizontale, perche misurata la PT normale predetta, la TA altezza, & PN lunghezza, si trouerà la superficie della portione VPSA d'vn pezzo di sferoide, e poi si dirà con la regola delle proportioni,

portioni, se VPS circolo da la PN lunghezza, che darà la superficie della portione della sferoide VPSA, e donerà la superficie precisa PAN della portione della Volta à Padiglione BAC.

Si proua questa prattica alla prop. 18. dell'appendice al nostro Euclide.

Mà perche la superficie della sfera è alla superficie della sferoide parte 1. prop. 27. tratt. 21 come la circonferenza della base della sfera alla circonferenza della base della sferoide, e per la prop. 18. dell'appendice all' Euclide nostro, la superficie della sferoide alla superficie dell' ottaua parte della Volta quadrata, e come la circonferenza della base della sferoide alla sua lunghezza. Dunque *ex æquo* la superficie della sfera sarà alla superficie dell'ottaua parte della Volta di base quadrata, come la circonferenza alla lunghezza dell'ottaua parte della Volta quadrata. E però per trouarla, in vece di trouar la superficie della sferoide, più breuemente, e facilmente si potrà trouar la superficie della sfera: però nella propositione, doue si tratta di trouar la superficie di essa con la DA sola, come semidiametro, si trouarà la superficie d'vna semisfera, ò pur la superficie d'vna parte di essa tagliata all' istessa altezza, che TA, e poi si adoprarà il giro del circolo della detta sfera, ò della sua portione nel primo luogo, nella regola del trè, la lunghezza BC, ò PN nel secondo, nel terzo la superficie della sfera, ò sua portione corrispondentemente.

Et ciò potrasi fare, se bene la superficie della sfera CAB non fosse quadrata, ò bislonga, mà fosse sopra qualunque altra figura

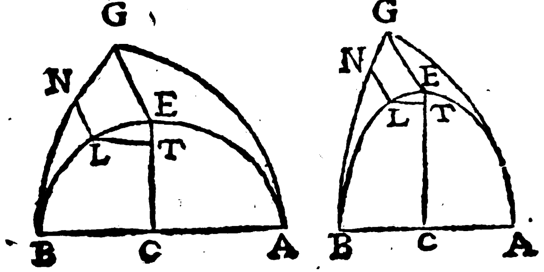
 regola.

regolare, ò irregolare, per essempio fosse d'vna Volta situata sopra vn Pentagono, Sessagono, &c.

PROPOSITIONE 23.

Misurare vna Lunetta Elliptica, ò Volto à crociera fatto sopra il semigiro d'vn' Ellipsi, e le sue parti.

Sia data la Lunetta, ò quarta parte del Volto à crociera AEGB fatto col sesto, e sopra il giro della semiellipsi AEB, che si debba misurare. Si misurerà prima la CB semiasse, la CE altro asse della Ellipsi AEB, & EG lunghezza della Luna, e poi si trouerà la superficie d'vna semisfera, il cui semidiametro, attorno al quale s'agiri sia CE, e la circõferenza del circolo, il cui radio EC, e poi per la regola del trè si dirà, se la circonferenza predetta dona GE altezza della Luna, che darà la superficie della semisfera, e quello, che ne viene si conseruarà da parte. D'indi si multiplicherà EG per la circonferenza AEB, e da questo ptodotto si sottrarà il primo, & il residuo sarà l'area d'essa Lunet a.



Per trouar poi la parte di essa compresa da linee parallele EG, & LN, si trouarà la superficie

ficie d'vna portione di semisfera; il cui segmento del diametro sia ET, che misuri la sua altezza, e la cui subtensa TL sia semidiametro al circolo della base dell' istessa portione; del quale anche si trouerà la circonferenza, e poi con la regola delle proportioni si dirà, se la circonferenza del semidiametro TL dà l'altezza della Luna EG, che darà la superficie della portione di sfera, il cui semidiametro è EG l'altezza TE, e TL subtēsa, e si seruarà il prodotto. Dà poi si misurerà l'arco EL, e si multiplicherà per l'altezza EG, e si sottrarà l'area ritrouata prima per la regola delle proportioni da questa, & il resto sarà la superficie della parte di Luna EG, LN.

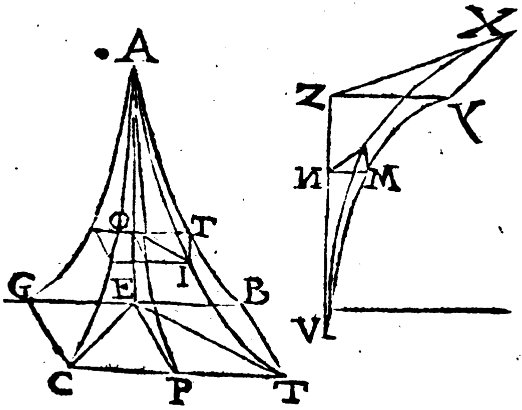
Seguono queste propositioni dalla prop. 18. dell' appendice al nostro Euclide, e dalla propositione posta al principio di questo, mediāte la deduttione in fine della precedente propositione.

PROPOSITIONE 24.

Trouar la superficie d'vna Piramide concaua di base quadrata, ò rettangola, ò di qualunque inscriptibile in essa.

Chi ben considera BCA piramide concaua, à cui dà il sesto BAE triangolo mixtilineo, non è altro, ch' vna metà d'vna Lunetta voltata all' insù, e che la sua ottaua parte BETATB è l'istesso della metà della Lunetta YXV, come habbiamo prouato alla prop. 56. del nostro Euclide. Onde sarà l'istesso trouar la superficie dell'ottaua parte della piramide concaua, che trouar la superficie d'vna metà d'vna Lunetta, che se sarà quadrata, basterà multi-

multiplicarla poi per 8. che se non sarà quadrata, mà rettangola, bisognerà trouar la superficie di due Lunette, cioè di BATFI, e di ATPOI, e multiplicarne ciascuna per 4. e così si hauerà tutta la superficie.

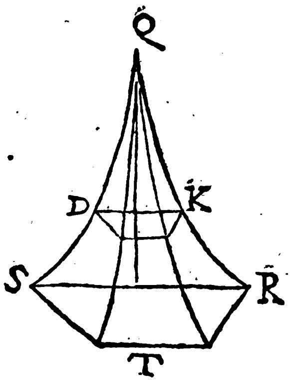


Per trouar la superficie d'vna parte tagliata da linee parallele, si farà l'istesso, trouando la superficie d'vna portione di Lunetta, per essempio della MNV, che seruirà per la superficie FIA portione della Piramide concaua.

Per trouar poi la superficie di qualche figura, ò curuilinea, o rettilinea inscriptibile, ò nel quadrato della base, ò nel rettangolo s'vsarà la regola delle proportioni, misurando prima la circonferenza, ò contorni, tanto della base quadrata, ò rettangola BO, quanto della rettilinea inscritta, ò curuilinea R i S, e poi trouata come sopra la superficie della Piramide concaua fatta sù l'istesso sesto, ò modolo BAG, che è RQS, in tal modo, che la BG sia l'istessa, che RS l'altezza sia l'istessa,

e li

e li due ambiti siano i medemi, ò siano archi di circoli, ò d'Ellipsi. Si dirà, se l'ambito è bonto rno della base BTCG; dà il contorno RTS; che darà la superficie della Piramide concaua BAC; e darà la superficie dell' altra RQST; e l'istesso si facci delle sue parti: Questo vltimo però non l'asserisco come euidente; perche non ne hò portato alcuna proua nel nostro Euclide.



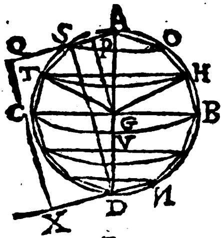
PROPOSITIONE 25.

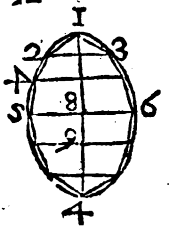
Trouar la superficie d'vn corpo, che consti di fascie piane, e circolari, che siano inscritte, ò circonscritte à vna sfera, e la superficie delle sue parti.

Per saper la quantità del corpo ABDC, che consta di fascie piane come è HOST, e l'altre inscritte, come dimostra la figura; che s'auolgono attorno alla sfera; sarà necessario prima sapere la AD; e la SD. Il che si farà mettendo due righe SQ, e DX, che si trasguardino, à ponti S, e D; le quali siano parallele misurando la lor distanza perpendicolarmente, e così si farà per saper la AD, e poi si multiplicherà l'vna con l'altra; e dal prodotto si sottrarà la radice quadra, e con questo numero, come se fosse vn semidiametro

si

si trouarà l'area d'vn circolo, come insegno alla prop. 7. p. 1. E questa sarà eguale à tutte le superficij delle predette fascie, & in conseguenza alla superficie di tutto il corpo.





Si potrà anche fare con pigliate le distanze rette di OS, & HT, e tutti gli altri diametri de giri, ne quali si congiongono, e questi ridurli in vna somma, e poi misurare la loro altezza AS, ò ST, ò qualũque essendo tutte eguali, e multiplicare questa altezza con la somma predetta, e leuarne dal prodotto la radice quadra, e con questa radice, come se fosse la misura d'vn semidiametro, trouar l'area d'vn circolo, che sarà eguale à tutte quelle superficij, come prouo alla propositione 41. tratt. 31.

Che se si richiede la superficie delle parti, per essempio della parte HAT, si prenderà la distanza intiera di tutti i ponti, e diametri di tutti i circoli, ne quali si congiongono, eccetto che dell'vltimo, e più grande, di cui si prenderà la metà, così nel nostro essempio si prenderà tutto OS, e la metà del diametro HT, e congiongendoli in vna somma, si multiplicherà con l'altezza ST, e dal prodotto si sottrarà la radice quadra, e di essa, come di semidiametro seruendosi, si trouarà la superficie d'vn circolo, che sarà eguale alla superficie delle due fasce OAS, & HOST.

Che se fosse il corpo ouale, e le fascie

fossero

fossero inscritte in vna sferoide, come 1.5.4.6. all' hora doppo hauer trouato la superficie delle fascie inscritte della sfera alte egualmente, il cui diametro fosse 4.1. eguale à BD, si dirà se 4.1. diametro mi dà 6.5. asse più corto della sferoide, che mi darà la superficie delle fascie inscritte nella sfera, il cui diametro è 1.4. già ritrouata eguale à AD diametro della sfera ACDB, e fatta l'operatione verrà la superficie di tutte le fascie 1.2.3. &c. E ciò hò prouato prop. 36. tratt. 31. del nostro Euclide, e delle parti si farà l'istesso, perche doppo hauer trouata la superficie delle fascie equialte d'vna portione di sfera, la cui altezza sia 9.1. vguale à VA, si dirà adoprando la regola delle proportioni se CB, ò DA, ò 1.4. dà l'asse 5.6. della sferoide, che darà la superficie della fasce della portione della sfera VA, e darà la superficie delle fasce equialte inscritte nella portione della sferoide alta quanto 9.1. ò VA, e ciò prouo nel citato luogo.

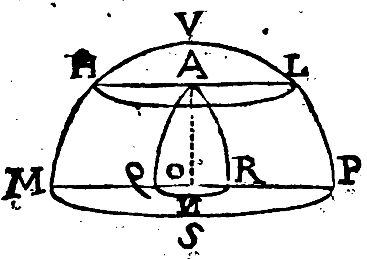
PROPOSITIONE 26.

Trouar la superficie d'vn corpo globoso fatto di due portioni di circoli, mà tondo di base.

Sia data vna Volta da misurare tonda, e circolare di pianta, mà il sesto della sua Volta sia vna portione di circolo, quale è il sesto delle Cuppole ben fatte, e delle Mete antiche, come ARQN, la cui base RNQ è circolare, e l'eleuatione AR, AQ è di due portioni di circolo, finisca nel ponto A, ò pure non finisca, non importa.

Si

Si troui il semidiametro del sesto di essa AQ, e sia OM, e si misuri l'altezza OA; di



poi si troui la superficie della semisfera PVMS, il cui semidiametro sia il ritrouato OM, e poi si troui anche la superficie del segmento della sfera LAVH, la cui saetta, e normale AV, sia la differenza, trà l OA altezza, & OM semidiametro, e questa portione LAHV di superficie si leuarà dalla superficie della semisfera PVMS, e resterà la superficie della PLHM. D'indi si trouerà la circonferenza RNQ della Cuppola RAQN, e la circonferenza PSM della semisfera, e dirasi adoprando la regola delle proportioni; se PSM circonferenza dà la circonferenza RNQ, che darà la PLHM, superficie della portione sferica? e fatto il conto, quello, che ne verrà, sarà l'area globosa della Cuppola RAQN, & à questo modo si potranno misurare le superficij delle Mete antiche, che erano cosi fatte. In vece delle circonferenze potrai anche adoprare i diametri.

CAPITOLO 5.

Della superficie delli anelli, e corpi spirali, & anelli spirali.

Le superficij di questi corpi, e massime delli anelli, qualche volta possono venir in vso, come se vi sarà qualche anfiteatro, ò piazza tonda, ò Chiesa, che d'attorno habbi

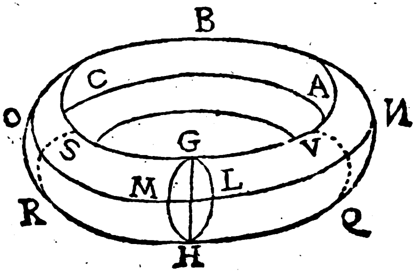
vn

vn portico,il cui Volto si vada aggirando attorno ad essa, certa cosa è, che la superficie d'vn tal Portico è l'istessa, che d'vn mezzo anello, e però dourà sapersi il modo di misurarlo.

PROPOSITIONE 27.

Misurare la superficie d'vn anello.

Sia data da misurarsi la superficie d'vn anello ABCGH. Si misurino, ò per via di conti dati i diametri, si trouino le due circonferenze ABG del circolo medio trà il massimo esteriore, quale è NLO, & il minimo interiore AC, & dell'altro circolo, che nasce dalla grossezza dell'anello medesimo LGMH, e si multiplichi l'vna circonferenza con l'altra, & il prodotto, sarà la superficie dell'anello. Si proua nel Coroll. della prop. 41. tratt. 3. mentre che si asserisce, che la superficie interiore ABC tanto manca dall'ambito del circolo di mezzo, quanto la superficie esteriore cresce sopra alla medesima circonferenza.



Onde ponendo la parte, che soprauanza alla maggiore con la minore tutte si vengono ad ad vguagliare alla circonferenza del circolo di mezzo.

PROPOSITIONE 28.

Trouar la superficie d'vn pezzo d'anello.

Sia dato vn pezzo d'anello VQSR, si misuri l'arco VS, che fà il circolo di mezzo mediocre frà tutti i circoli disegnabili nella sua superficie, e si multiplichi con la circonferenza del circolo LGMH, che nasce dal suo taglio, & il prodotto sarà l'area del predetto anello.

PROPOSITIONE 29.

Trouar la superficie interiore, ò esteriore di qualunque anello.

Esteriore superficie è quella nell'anello, che cinge la metà dell'anello da quella parte, che è più lontana dal centro di tutto l'ambito dell'anello, & hà il circolo massimo NLO, che possi descriuersi in tutta la superficie anollare.

L'interiore è quella, che è più vicina al centro di mezzo di tutto l'anello, & in se hà il circolo minimo AC, che si possi descriuere sù l'istessa circonferenza, & i due circoli mezzani frà tutti, de quali l'vn è ABCG, le diuide.

Per trouar dunque queste superficij si trouarà tutta la superficie dell'anello, e si partirà in due, poi misurato, ò calcolato il circolo massimo NLMO, se ne leuarà il mezzano ABCG, ò il minimo interno AC si sottrarà dal medio, e la differenza si multiplicherà

Per

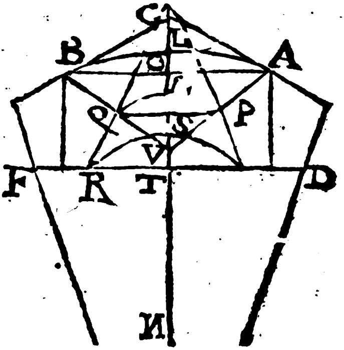
per il diametro della settione HG, & questo prodotto si sottrarà dalla metà della trouata superficie dell' anello, e ne verrà la superficie interna: si aggiungerà all' altra metà, e si farà la superficie esterna. Nasce questa regola dalla prop. 34. dell' appendice al nostro Euclide.

PROPOSITIONE 30.

Trouar la superficie d'vn anello à fascie.

Sia l anello DAOBF à fascie constituito da diuerse superficij piane per esser la settione BFR dell' anello figura qualunque rettilinea. Per essempio Pentagona, ò Quadrata, &c.

Questa si misurarà conforme habbiamo insegnato di sopra à trouar l'area de segmenti de coni, & acciò si veda, s'imagini passare la linea CV per il centro dell' anello, e poi à lei si tirino le due linee BQ, & AP, che conuerranno in V, e s'intenda agirarsi VB attorno, farà vna superficie di cono per la diff. 1. tratt. 34. la cui base sarà BOA.



Si trouarà dunque la superficie della portione ABQP di questo cono VAOB, come insegno alla prop. 8. parte 1. che è vna delle superficij dell' anello, e cosi sarà trouata vna superficie d'vna sua fascia, ed' all' istesso modo si trouaranno le altre, eccetto che la superficie, sopra cui si posa, se sarà superficie, e la sua parallela, se vi sarà. Perche questa sarà vn anello piano, il cui diametro sarà TF, e la cui larghezza sarà RF, e se questo auerrà, si farà l'istesso, che della superficie dell' anello piano, come mostro alla prop. 10. parte 1. E prima dourà misurarsi TR, e la TF semidiametri de circoli, che chiudono le superficij, e la RF larghezza, & operare secondo habbiamo insegnato di sopra.

PROPOSITIONE 31.

Trouar la superficie d'vn corpo spirale egualmente alto.

Sia dato il corpo spirale ABC, DEF, e si vogli sapere la superficie che lo circonda. La spira DOEF, e al circolo DMN base del cilindro dell' istessa altezza fatto col semidiametro DF, che la comprende, come 1. à 2. per la mia prop. 13. tratt. 18. & tale per esser dell' istessa altezza sarà la superficie DOEF, ABC alla superficie del cilindro AN.

Onde misurata la superficie del cilindro AN, e di quella presa la metà sarà la superficie del corpo spirale egualmente alto.

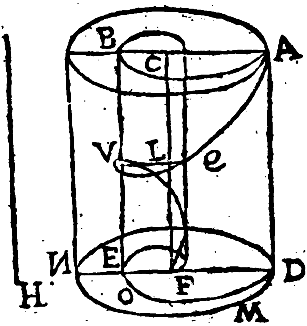
PROPOSITIONE 32.

Trouar la superficie à piombo d'vn corpo spirale di pianta, e d'altezza.

Sia il corpo spirale AVFEOD d'altezza, e di pianta, la quale sia FEOD, e si chieda la

super-

superficie, che s'auolge attorno ad vn tal corpo AQVFEOD. Si trouerà la superficie del cilindro ambiente ADMN, e si spartirà in trè parti, & vna parte di quelle sarà la superficie ambiente AQVFEOD. Questa mia propositione è dà me mostrata prop. 39. trattato 35. del nostro Euclide.

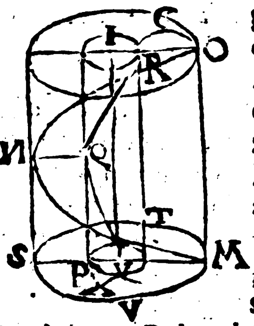


Che se è la seconda ò terza spira, ò qualsiuoglia, all'hora si multiplicherà la circonferenza minore per l'altezza del cilindro comprendente, e di quel numero generato si prenderà la metà, e poi si leuarà la circonferenza minore dalla maggiore, & il residuo si multiplicarà con l'altezza del cilindro comprendente, e del prodotto si prenderà il terzo, e la somma della metà, e terzo, sarà l'area della superficie desiderata, si fonda nella prop. 19. tratt. 28. e suo Coroll. aggiunto l'auuertimento, che habbiamo posto nel preludio auanti la prop. 19. perche sono all'hora quelle superficij spirali progressioni che vanno mancando da vn lato fino al fine dell'istesso lato, e dall'altro nò, come iui diciamo.

PROPOSITIONE 33.

Trouar la superficie, che ascenda spiralmente attorno ad vn cilindro.

Questa superficie è come d'vna scala à lumaca, che ascenda senza gradini, ò vn soffitto di esso piano: E per trouarla bisognerà sapere la lunghezza della sua spira esteriore MNO, & interiore YQR, sin tanto ritorni al medesimo piombo, d'onde cominciò, le quali, se non si potranno misurare, si otterranno multiplicando MVST circolo in se, e l'altezza MO in se stessa, & vniti ambi i prodotti insieme, dà esso se ne cauarà la radice quadra.



E quella sarà la lunghezza della spira MNO, & in tal modo si trouarà la spira QRY data la circonferenza YX, e l'altezza del cilindro più picciolo interiore PR, e poi si aggiungerà l'vna spira MNO con l'altra QRY, e si prenderà la metà della somma, che si multiplicherà per OR larghezza, di cui saran note le misure, & il prodotto da questa multiplicatione sarà la superficie desiderata.

Che se fosse curua, come OCR presa à squadra della spira la sua circonferenza douerà multiplicarsi la metà predetta per la circonferenza istessa OCR in scambio della OR linea retta.

Se poi il piano spirale non s'auolgesse attorno al cilindro PX, mà finisse nell'asse istesso del cilindro IY all'hora si prenderà l'altezza dell'asse YI in scambio della linea spirale QRY, e si farà l'istesso, che sopra.

PRO-

PROPOSITIONE 35.

Trouar la superficie, che descende per vn corpo doppiamente spirale, e per altezza, e per ampiezza.

Sia data la superficie descendente ACVLF per il corpo spirale AQVFEOD della propositione 31., la quale sia necessario misurare, si multiplicherà la metà del giro DMN per se stesso, di cui il semidiametro è la DF, e così anche l'altezza del cilindro DA, e si vniranno insieme, e dalla somma si sottrarà la radice quadra, che sia H, e poi si trouarà, come habbiamo insegnato di sopra prop. 16. parte 1. il piano spirale DOEF, e con l'aiuto della regola del trè, si dirà, se la metà della circonferenza DNM, dà la radice quadra H, che darà il piano spirale DOEF, e darà la superficie, che si richiede ACLVF descendente per il detto corpo AQVFEOD. Si fonda nelle prop. 10. tratt. 28. del nostro Euclide, e questa regola serue anche per le seconde, e terze spire, mà bisogna prima aggiungere il maggiore semicircolo al semicircolo minore, e di quello pigliarne la metà, che ne viene, & adoprarlo in vece della metà del maggiore semicircolo multiplicandolo in se, &c.

Si fonda questa regola nella prop. 10. tratt. 28. e nella prop. 9. tratt. 14. parte 2. del nostro Euclide, benche ne nell'vna, ne nell'altra sia espressamente prouata.

PROPOSITIONE 36.

Modo di misurare le circonferenze dell'Ellipsi.

Col fundamento della prop. 67. tratt. 24. del nostro Euclide habbiamo trouato la circonferenza di 33. semiellipsi, il cui diametro maggiore è onze 72. il minore è succeßiuamente dà 72. fino à 3. le quali si potranno transferire à qualsisia altra Ellipsi à questo modo. Poniamo dunque, che habbiamo misurata vna Ellipsi, in cui tutto il diametro maggiore sia onze 144. & il minore semiasse 42. Dico dunque con la regola del trè se onze 144. mi danno 42. che daranno onze 72. & haueremo onze 21. Trouaremo dunque nella tauola onze 21. & all' incontro prenderemo il giro della semiellipsi onze 91. $\frac{14}{36}$. Diremo dunque se 21. da 91. e $\frac{14}{36}$. che darà 42? e ci produrrà la circonferenza 182. $\frac{28}{36}$ d'vna semiellipsi; il cui asse maggiore sia 144. & il semiasse minore 42. onze. Se poi non si trouasse nella tauola il numero del semiasse minore dell' Ellipsi, all' hora si prenderà la parte proportionale trà l'vna semiellipsi, e l'altra corrispondente alle minutie, del semiasse, che si cerca. Habbiamo posto qui la misura di 3. onze, di cui il diametro maggiore delle circonferenze delle semiellipsi n'hà 72.

Tauola

Tauola de giri Elliptici di onze 72.

Asse	Semiellip.		Asse	Semiellip.		Asse	Semiellip.	
onze	onze	20	onze	onze	20	onze	onze	20.
3	72	16	4	83	8	25	96	18
4	73	10	15	84	10	26	98	4
5	74	4	16	85	12	27	99	13
6	75	0	17	86	16	28	101	3
7	75	16	18	88	0	29	102	12
8	76	16	19	89	4	30	104	3
9	77	18	20	90	8	31	105	14
10	79	0	21	91	14	32	107	4
11	80	2	22	93	0	33	108	14
12	81	4	23	94	6	34	110	6
13	82	6	24	95	12	35	111	18
				circolo	0	36	113	13 ½

PARTE TERZA.

Delle dimensioni de corpi.

Finalmente siamo gionti all' vltimo intento di questo breue Trattato di misurar i corpi, e sicome la misura delle linee, si fà con le linee, la misura delle superficij con i quadri, così la misura de corpi si fà con vn corpo, & all' hora si dice esser misurato vn corpo, quando si sà quanti corpi cubi con-

 tenga,

tenga, i quali constino d'vn'istessa, e determinata misura, secondo le trè dimentioni, altezza, larghezza, lunghezza, e quando i corpi sono cubi, ò almeno constano d'angoli retti, e superficij rettilinee, non è difficile capire, come vn tal corpo col cubo possi esser misurato. Mà quando il corpo è totalmente lontano dall'esser cubico, all'hora per via d'argomenti hà bisognato, che i Matematici venghino nella pretesa cognitione, non senza estrema acutezza, gran studio, e singolare faticha, con i quali anch'io n'hò cubicato più d'vno, come potrà vedersi in questa terza parte.

CAPITOLO I.

Per misurare ogni corpo contenuto da superficij piane.

Per saper le misure de corpi fà bisogno il più delle volte sapere la loro altezza perpendicolare, per hauer la quale prodotta vna linea parallela alla base dalla cima, ò sia piana, ò acuta, come della Piramide, dà quella si tirarà vna linea perpendicolare alla base, e quella si misurarà per l'altezza.

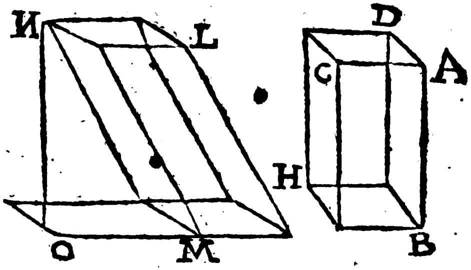
PROPOSITIONE I.

Misurar vn Pilastro, ò sia Dado, ò qualunque corpo contenuto da sei superficij piane, e parallele data la base.

Si misuri l'altezza, e quella si multiplichi per il numero della base, & il numero generato sarà la solidità desiata. La base poi come piana, sarà nota, ò potrà misurarsi dalle precedenti propositioni.

DIMS

Dissi si misuri l'altezza ON, e non il lato BA, perche se fosse alle sue basi obliquo, come LM, si deue misurare la perpendicolare NO, e questa multiplicare per la base. Consta dalla prop. 5. e 6. tratt. 34. del nostro Euclide.



Per essempio sia data vna base HB, ò LN, ò quadrata; ò bislonga, ò rombo, ò romboide; la cui area sia di piedi 36. e le superficij elleuate, ò retta, ò obliquamente sopra essa siano parallele, e la sua altezza perpendicolare BA, ò ON sia piedi 9. si multiplichi 9. per 36. e ne resulterà la solidità di piedi cubi 324. & à questo modo si misureranno tutti i muri pendenti, e fuori di piombo.

PROPOSTIONE 2.

Misurare ogni corpo di superficij rettilinee, che habbi i lati paralleli, ò retto, ò obliquo situato sopra qualunque data base di figura rettilinea, tanto perfetta, quanto imperfetta.

Questo si misurarà all'istesso modo, perche misurata la base, come habbiamo insegnato nella parte 1. e la sua altezza perpendicolare, questa si multiplicherà per il numero

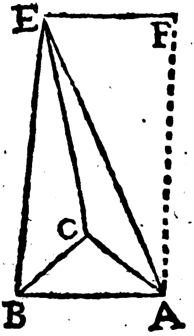
mero della base, & il prodotto sarà il numero de piedi cubi, che fanno la solidità della detta figura.

Questa propositione si raccoglie dalla propositione 19. e 23. tratt. 24. Solo s'hà d'auertire per la prop. 16. dell'istesso, che nel Prisma triangolare, se si multiplica la base quadrangolare, si deue il prodotto partire per mezzo, mà se si multiplica la base triangolare, il prodotto è la misura del corpo senza altra diuisione. E così si misureranno tutti i muri à scarpa prendo la scarpa loro come Prisma, la cui base sia quadrangulare, e se volgeransi, e il cantone per ambe le parti sia à scarpa si misurerà come segue.

PROPOSITIONE 3.

Trouar la solidità d'vna Piramide posta sopra qualunque base, ò retta, ò obliqua, data l'area della base.

Si multiplichi prima la base ABC per l'altezza FA presa con vna linea, ò filo FA perpendicolare all'istessa base, e questo prodotto si partisca in trè parti, e la terza parte sarà la solidità richiesta della Piramide, e à questo modo si misureranno gli angoli de muri à scarpa, facendo vna Piramide, la cui base quadrata sia quanto esce la scarpa fuori dal viuo, e l'altezza sia l'istessa, che del muro presa però, come sempre si farà, à piombo.



La

La prattica è dà noi prouata prop. 27. tratt. 34. del nostro Euclide in quanto alle Piramidi di basi triangolari; & in quanto all'altre nè seguita, perche ogni altra sorte si diuide in tanti triangoli, che sono basi à tanti Prismi dell'istessa altezza, e perciò di tante Piramidi, le quali di ciascun di essi sono la terza parte, e però di tutti saranno la terza parte.

PROPOSITIONE 4.

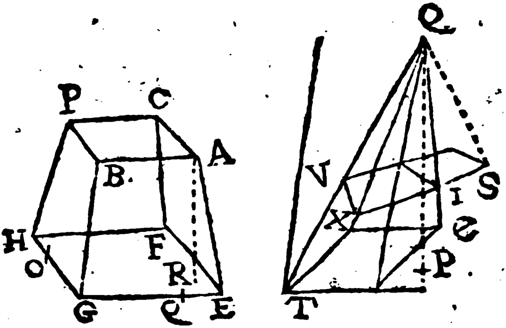
Trouar la solidità d'vn pezzo di Piramide quadrandola di basi parallele.

Sia dato vn pezzo di Piramide EFGHPACB da misurare. Si misurino i lati, e si sottraga quel di sopra da quello di sotto PB da GH, & AB da FG, e la differenza si diuida per mezzo, e si congionga con il lato minore la sua à ciascuno, per essempio la semidifferenza EQ all'AB, e la semidifferenza d'OH à BP, e poi deuonsi multiplicar insieme AB, EQ prese insieme, con BP, OH, & il prodotto si multiplichi con l'altezza RA presa perpendicolarmente, e si serui il prodotto, che si dirà primo, e così si facci delle due semidifferenze EQ, OH, e si multiplichino insieme, & il prodotto si multiplichi con il terzo dell'altezza RA, & il prodotto si chiamarà secondo. Vnito dunque questo secondo prodotto col primo, farà la solidità del pezzo della Piramide ACB EGHF, come prouo alla prop. 25. del nostro Euclide tratt. 34.

Che se fosse triangolare la base, si prenderà di due prodotti la metà. Che se non fosse di basi parallele, prima tirando le linee equidistanti alla base, si farà parallela, & il

resto

resto si misurerà come corpo irregolare, ò pur anche tutta, come si dirà. O pure si farà così se si potrà, poste due righe l'vna sopra il



massimo, e l'altra sopra il minimo lato. Si andaranno finalmente à ferire in qualche ponto Q, hora da questo si facci cadere vna normale QS al piano superiore VIS, e pure dall'istesso Q se ne facci cader vn' altra PQ sopra il piano inferiore T e, e si misuri l'vna, e l'altra, e poi misurata l'area XVI si multiplichi per il terzo dell' altezza SQ. Così T e per il terzo dell' altezza PQ, e si sottraga il numero generato minore dal maggiore, & il rimanente sarà la solidità del pezzo di Piramide VXIT e.

PROPOSITIONE 5.

Misurare qualunque corpo regolare, ò irregolare, che consti di superficij piane regolari, che siano attorno al centro.

Sono cinque i corpi regolari, come prouo alla prop. 12. tratt. 23. del nostro Euclide. Il Tettaedro, che è la Piramide fatta di triangoli

angoli

angoli eguali. Il Cubo di quadri eguali. L' Ottoedro d' otto triangoli vguali. Il Dodecaedro che consta di dodeci pentagoni eguali. L'Isocaedro, che consta di 20. triangoli eguali, & in questi 4. si dà sempre vna superficie, come anche insegna il Clauio l. 5. c. 4. n. 4. e 5. parallela all' altra. Da questi poi ne nascono molti altri corpi, tagliando gl' angoli sodi di essi rettamente, i quali constono di due sorti di figure, per essempio d'ottagoni, e quadrati, di pentagoni, e triangoli, di triangoli, e quadrati, le quali figure tutte sono frà se vguali, quando sono dell'istessa specie, per essempio tutti i quadrati saranno frà loro eguali, e sempre si darà in essi qualche superficie equidistante dall'altra, perche sempre restono in qualche parte le prime superficij di cinque corpi regolari. Per misurar dunque questi corpi si farà in questo modo.

Si estenderanno i piani paralleli dell' istessa specie, mettendo due righe per sopra essi, che si trasguardino, e frà l'vna, e l'altra si misurerà in squadra, e si prenderà la metà di questa misura, e questa sarà la distanza della data superficie del corpo dato dal centro, e misurata quella istessa superficie, si multiplicherà per la terza parte della presa misura dal centro, ouero per tutta, & il prodotto si partirà in trè parti, e questa sarà la solidità d'vna Piramide, che fundata sù la superficie esteriore misurata peruiene al centro con la sua ponta. Si misurino dunque così le altre superficij, & il prodotto si multiplichi per il numero delle superficij, e questa sarà la solidità de corpi regolari. Che se il corpo fosse

irre-

irregolare, e constasse, come si è detto di superficij di specie differenti, si farà in ciascuna specie l'istessa operatione, e nè verrà la solidità dell' istesso corpo.

PROPOSITIONE 6.

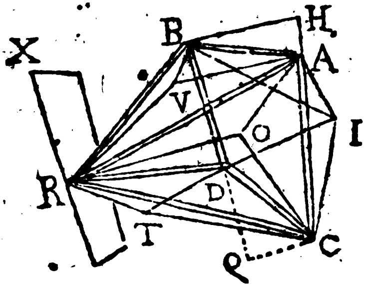
Trouar la solidità d'vn corpo irregolare circonscritto alla sfera di superficij piane, e fra loro ineguali.

Se vi sarà qualunque corpo, del qual si sappi, che tutti i suoi piani tocchino la superficie della sfera, che vuol dir esser circonscritto ad essa, per saper la sua solidità, si misureranno tutte le sue superficij piane, e si procurerà hauer il diametro della sfera, mettẽdo vn piano come vna tauola sopra vn piano di essa, e l altra, se pur vi sarà, sopra l'altro à questo parallelo, e misurando normalmente dall' vno, e l'altro, che quella misura sarà del diametro. Misurate dunque le superficij, di ciascuna si trouarà l'area, & il loro piano, e poi s'vniranno tutti i piani calculati insieme, & il terzo della somma si multiplicherà per il semidiametro, e questa sarà la solidità; ò pure si multiplicherà tutta la somma delle superficij per il terzo del semidiametro, e ne verrà l'istesso, come prouo tratt. 34. prop. 45. del nostro Euclide.

PROPOSITIONE 7.

Trouar la solidità d'vn corpo irregolare, tanto di basi, quanto di solidità circondato dà superficij piane.

Questo non si può fare, se non à poco à poco misurando ciascuna Piramide esteriore, e poi e poi successiuamente quello, che resta. Sia dunque dato il corpo ABRCD. Si misurino i lati DB, & CA, e posta vna righa DQ sopra D linea opposta parallela al lato CA, e si misurarà perpendicolarmente la distanza CQ, e così dell'altro lato DB per saper l'HB perpendicolare, le cui metà multiplicheransi per i lati CA, e DB.



E così s'haueranno l'aree de i due triangoli, in cui si diuide la base, BC che se fossero i lati più di quattro, come cinque bisognerà far questo à trè angoli per hauer l'area di trè triangoli, poiche qualunque figura rettilinea in tanti triangoli si può subdiuider, e in quanti sono i lati leuatene due, e così si trouerانno le superficij di tutte le basi.

L'altezza poi delle Piramidi si prenderà, mettendo vn piano, ò tauola alla ponta I della Piramide ABICD parallelo ai lati AB, BD, DC, e misurando la distanza dai lati sino à quello perpẽdicolarmẽte, ò da vn piano, che passi per essi, mettendo sopra due di essi due righe, & vna tauola sopra esse, sù la quale dal piano posto alla ponta I parallelo ad esso cada la perpendicolare, e di questa maniera si potrà trouar data l'altezza la sodezza di di tutte le Piramidi, come si è detto della Piramide DABCI, e della ABDCR, e della ABRV, e della CDRT, e della ARCO: & si vedrà se le basi, sopra le quali sono situate, sono state più di 5. & all'hora quello, che resta, si dourà anche diuidere in più Piramidi, per essempio in due, e se sono solo le superficij 5. si potrà diuidere in due, mà non sarà necessario, se sono 4. quello, che resta è vna Piramide. Nel nostro caso sono 5. ABDC, ABR, BDR, ACR, CDR basi, le quali fanno due Piramidi triangulari, & vna Piramide quadrata, della quale sappiamo la base CBDA. E per saper l'altezza alla ponta R si porrà vna tauola RX parallela à due lati opposti della base, per essempio CA, & AB, e si misurerà la sua distanza perpendicolare alla base ABCD, e si multiplicherà come sopra il terzo dell'altezza per tutta la base, e così si hauerà la solidità della Piramide interna BADCR.

Che se R non fosse stato vn angolo, mà vn piano di 5. angoli non parallelo all'altro, all'hora à tutti gl'angoli si sarebbe posta la tauola parallela alli lati della base, e si sarebbe diuiso il spatio solido in 5. Piramidi, e poi sopra all'istesso piano R posta la tauola, si sarebbe tirata vna normale alla medesima tauola, e così multiplicando il piano R per il terzo dell'altezza, s'hauerà la solidità di tutto il corpo interno posto che R non fosse stato angolo, mà piano.

CAPITOLO 2.

Del misurare ogni sorte di Cilindro, ò Cono.

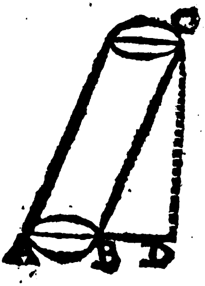
I Cilindri non solo sono quelli, che hanno la base circolare, mà Elliptica, pigliandoli anche

anche in più largo significato, quelli, che hanno qualunque base, che consti di linee curue, ò semicurue, come che siano situate sopra vna base parabolica, ò simile, e di tutti sarà l'istessa regola nella seguente prop.

PROPOSITIONE 8.

Misurare qualunque Cilindro, ò obliquo, ò retto di basi parallele data vna base.

Prodotta la base AB si farà cadere dal ponto C vna perpendicolare, che sia CD, e questa si misurerà.

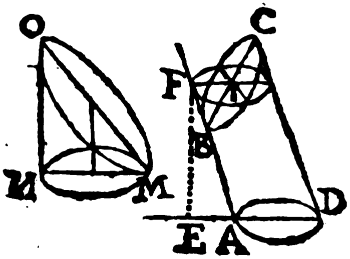


E si multiplicherà con la base data AB, & il prodotto sarà la solidità di qualunque Cilindro di sopra spiegato di qualunque base, purche sijno parallele, si proua nella prop. 1. 6. 8. 23. del tratt. 34. del nostro Euclide.

PROPOSITIONE 9.

Trouar la solidità d'vn Cilindro di basi non parallele, ò retto, ò obliquo.

Si troui il minimo lato BA, & il massimo CD, come insegno prop. 3. parte 2. & dall'vno, all'altro si tiri la linea CB, e DA, e sopra à quella posta la righa da I centro, e metà CB, si facci passar vn'altra righa IF parallela, & che intraguardi la prima, e si misuri la distanza EF perpendicolarmente, e multiplicando la base conosciuta DA per l'altezza EF sarà la solidità del Cilindro, e questa propositione s'intende solo de Cilindri circolari, ò Elliptici, non d'ogni sorte.



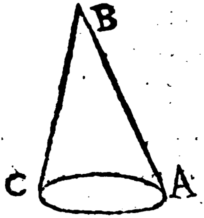
Che se fosse vna portione di Cilindro, come MNO, che vna settione MO toccasse l'altra, si trouarà la sua altezza normale NO, e questa si diuiderà per mezzo, e si multiplicherà per la base, e si produrrà la solidità del pezzo di cilindro MNO.

PROPOSITIONE 10.

Misurar i coni situati sopra qualunque base, data essa base.

Il cono è vna figura soda come vna piramide tonda, come ABC, il quale se sia dato da misurare, sia retto, sia obliquo, occupi la base, ò parte, ò tutta per la prop. 4. del nostro Euclide tratt. 34. non importa sia sopra base circolare, ò elliptica per la prop. 27. è l'istesso, ò di qualunque per la prop. 19. posta nel principio, e preludio di questo libro, tutto viene il medesimo.

Si multiplichi l'area della base occupata per la sua altezza normale, e del prodotto se nè prenda il terzo, e questa sarà la solidità del cono per la 7. del nostro Euclide tratt. 34. ò pure si multiplichi il terzo della base per tutta l'altezza, e nè risulterà il medesimo.

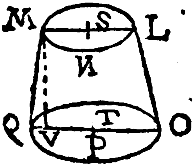


PROPOSITIONE 11.

Trouar la solidità d'vn pezzo di cono circolare.

Si misurino le circōferenze LMN, & OPQ. & i semidiametri SM, QT, supremi, & infimi, & l'altezza VM, & si sottraga il minore dal maggiore, & al minore si aggiūga la metà della differenza de diametri, ò tutta de semidiametri, & la somma si multiplichi con la metà della somma della circonferenza minore vnita con la metà della loro differenza, & il prodotto per l'altezza VM, si come la metà delle differenze predette, si multiplichi frà se, e poi per il terzo dell'altezza VM, & si congionga con il primo prodotto, e la somma sarà la desiderata solidità, come prouo nella prop. 13. tratt. 34.

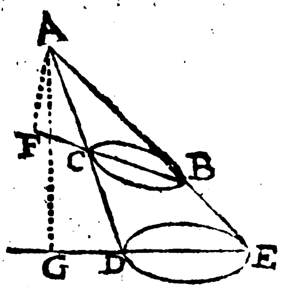
Perche così lo mostro eguale ad vn prisma triangolare, il quale per base habbi vn triangolo di lati delle predette somme & à vn terzo d'vn prisma di base triangolare constante delle semidifferenze predette.



Essempio TQ sia 21. l'SM 17 $\frac{1}{2}$ semidiametri

tri, la differenza sarà 3. $\frac{1}{2}$; e l'aggregato 21. la circonferenza LMN sia 110. la maggiore OPQ 132. la semidifferenza 11. l'aggregato 121. la metà 60. $\frac{1}{2}$. Multiplicato 21. per 60. $\frac{1}{2}$. da l'area di piedi quadri 1271. che per l'altezza p. 7. multiplicata da piedi cubi 8897. la differenza 3. $\frac{1}{2}$ multiplicata per 11. da vn' area di piedi quadri 38. $\frac{1}{2}$ la cui metà 19. $\frac{1}{4}$ multiplicata con l'altezza p. 7. da piedi cubi 134. $\frac{3}{4}$, il cui terzo 44. $\frac{11}{12}$ di solidità con i piedi cubi 8897. fà la solidità del pezzo di cono LQ piedi cubi 8941. $\frac{11}{12}$

Mà se fosse vn cono di basi non parallele all'hora non si potrà misurare, se non si sà l'apice, in cui andarebbe à finire, & all'hora si misurarà come due coni, de quali si sappi l'altezza, e la base. Per esempio sia il pezzo di cono BCED da misurarsi, e si possi col mettere due righe al lato maggiore EB, & minore



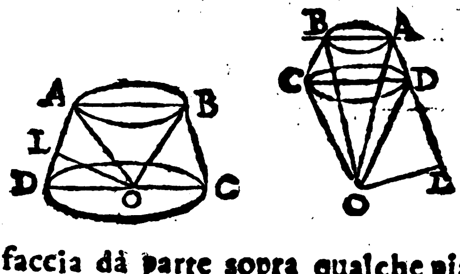
CD, che vadino à toccarsi in A, sapere il pōto A doue se fosse perfetto andarebbe à finire, e poi posta vna righa sopra BC superficie superiore far cader dall' A vna normale FA

FA al piano BC, e sarà l'altezza del cono, che manca, di poi all' ED base si facci l'istesso, e GA sia altezza di tutto il cono. Misurata dunque l'area delle basi BC, & ED, si moltiplicherà ED per il terzo dell'altezza GA, e la BC per il terzo dell'altezza FA, & il prodotto secondo minore si sottrarà dal primo, & il resto sarà la solidità del pezzo del cono BCED.

PROPOSITIONE 12.

Trouar la solidità d'vn cono scauato in contrario.

Sia il pezzo di cono BADC, ò che finisca in vna base CD, ò che finisca in ponta in O, e sia come sopra della di lui base CD erretto il cono contrario CDO, e questo s'intenda scauato d'vn cauo conico, che finisca nel centro, ò nel ponto O, come BAO. Si trouarà la sua solidità à questo modo.

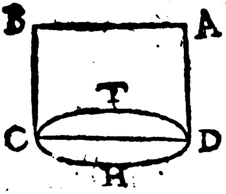


Si faccia dà parte sopra qualche piano l'angolo OAD, e sia vn lato lungo quanto AO, dal cui estremo O cada vna normale OL, la quale si misuri, e si prenda il terzo, e poi si troui vn circolo eguale alla superficie curua del pezzo di cono CBAD, che lo circonda, come habbiamo insegnato di sopra, prop. 8. parte 2. e questo circolo si multiplichi per il terzo della normale OL, & il prodotto sarà la solidità del cono cauo BACD, ò uero BACDO. Auuertasi, che la superficie, à cui si deue trouare vn circolo eguale, e conforme s'intende della sola superficie curua del pezzo del cono CABD senza la superficie del cono opposto CDO, la quale non si considera. Delle altre vacuità di qualunque corpo si dirà à basso.

PROPOSITIONE 13.

Trouar la solidità d'vn cono, che finisca In vna linea, ò retto, ò obliquo.

Vn'altro corpo differente dà tutti quelli, che fin'hora sono stati cubati habbiamo ridotto alla cubatione prop. 26. tratt. 34. del nostro Euclide, & è d'vn cono, il quale in scambio di finire in vn ponto, finisca in vna linea, come è il cono DTCHAB. Il quale situato sopra la base TCHD, ò tonda, ò elliptica, và à finire nella linea AB parallela alla base.



Per misurar dunque la solidità di questo cono si multiplichi la data base DTCH per il terzo dell'altezza misurata con vna linea perpendicolare ad essa base, e poi di questo numero, che da questa multiplicatione risulta, se ne prenda la metà, e si aggionga à tutto il prodotto predetto della base col terzo dell'altezza, e questa sarà la solidità del cono

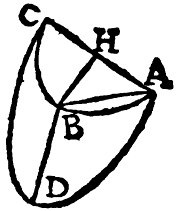
ABD-

ABDTCH, come prouo alla prop. 26. tratt. 84. del nostro Euclide.

PROPOSITIONE 24.

Trouar la sodezza d'vn' ongia Cilindrica.

L'ongia Cilindrica è vn taglio, che si fà in vn pezzo di Cilindro obliquamente, compreso dal circolo, ò Ellipsi ABC dall' Ellipsi ADC, e dalla superficie del Cilindro ABDC. Si misurarà dunque l'HA, e la BD, e multiplicando l'HA per la metà di HB.



Si formarà l'area del triangolo AHB, quest'area dunque si multiplichi per tutta la BD, e vn terzo di essa, & il prodotto sarà il sodo dell' ongia ABCD. Si proua nel Coroll. della prop. 10. 11. e 12. dell' Appendice del nostro Euclide.

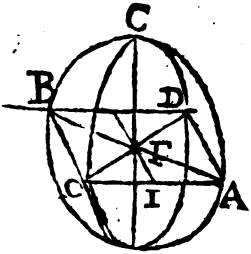
CAPITOLO 3.

Della dimensione delle sfere, e sferoidi quadrate, delle volte, e loro parti.

Sfere, ò sferoidi quadrate chiamiamo quelle, le quali hauendo per base vn quadro, piegandosi nell' elleuarsi le loro superficij, finiscono in vn ponto, come le volte à Padiglione, se fossero piene: e sarà sfera quella, che hà per sesto vn circolo, sferoide quella, che tiene per suo sesto vn' Ellipsi. E questo corpo, che io sappia, non è mai stato considerato dà alcuno, mà io l'hò ridotto al cubo, alla prop. 48. tratt. 34. & alla prop. 43. tratt. 35. e finalmente nell' Appendice alla prop. 7. e seguenti.

Misurar vna sfera, ò sferoide quadrata.

Sia dà misurarsi vna semisfera, ò semisferoide quadrata ABCDO. Si misuri vn lato OA della base AB quadrata, e questa dupplicata per far l'area quadrupplicata si multiplichi in se stessa. Si misuri poi la sua altezza CT, e se ne prenda il terzo, e si multiplichi con l'area quadrupla dell'area AB già ritrouata, & il prodotto sarà la sfera desiderata.



Per essempio sia il lato AO piedi 4. dupplicata fà 8. multiplicata in se fà 64. il terzo dell'altezza CT 2. piedi è $\frac{2}{3}$ che multiplichi 64. e farà 42. $\frac{2}{3}$, e questa è la solidità della data sfera quadrata. Il che si proua nel Coroll. della prop. 48. e così si farà se fosse vna sferoide, e solo differirà nelle misure, perche nella sfera quadrata CT non sarà più lunga della metà del lato AO. O pure si farà cõto di misurare vn Pilastro, la cui base sia due terzi della AB alto quanto la CD. Per essempio i due terzi della base AB piedi 16. sono 10. $\frac{2}{3}$ multiplicati per 4. fanno 42. $\frac{2}{3}$ come prima, e questo prouo nella prop. 36. tratt. 35.

COROLL.

Da questo si potrà conoscere la metà ACOB Diuidendo per mezzo il numero predetto; la quarta CAOT subdiuidendo il numero già diuiso

diuiso vn' altra volta per mezzo, e finalmente l'ottaua ACIT diuidendo la sua solidità per 8.

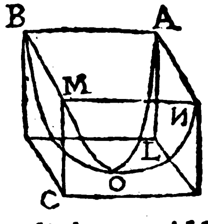
COROLL. 2.

Se questa sfera fosse vacua di dentro, si misurarà prima il pieno, e se ne cauerà la sua solidità, e poi doppo il voto, e pure se ne trouarà il suo spatio, e questo si sottrarà da quello, e ne verrà la grossa soda, che la forma, & à questo modo doueranno misurarsi tutte le volte à Padiglione di tutta monta, il cui sesto è vn semicircolo, le quali non sono se non le semisfere quadrate descritte.

PROPOSITIONE 16.

Trouar la solidità d'vn corpo cubo, che vesta la predetta sfera, ò sferoide.

Questa propositione serue ottimamente per misurar le Volte quadrate sù 'l mezzo tondo, ò sù vna mezza Ellipsi, le quali hanno i suoi rinfianchi pieni, perche questo è il corpo, del quale cerchiamo le misure. Sia dunque il corpo di superficij piane ABLC, e si consideri, come se fosse leuata via la semisfera, ò semisferoide quadrata ABNMO, e di questo corpo si cerchi la solidità.



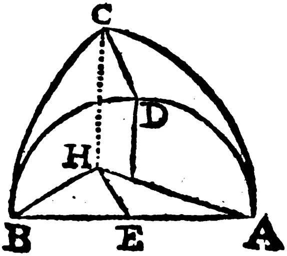
Si misurarà come se si misurasse vna Piramide alta quanto MC, la cui base fosse MNAB, à cui prouo esser eguale prop. 51. tratt. 35. Si misuri dunque il lato MN, che sia 5. e si multiplichi in se, conseguentemente sarà 25. l'altezza MC sarà 2. $\frac{1}{2}$ se ne prenda vn terzo, saranno $\frac{5}{6}$, si multi-

multiplichi dunque 25. per $\frac{3}{7}$, e saranno $\frac{75}{7}$, cioè piedi 10. $\frac{5}{7}$.

PROPOSITIONE 17.

Trouar la solidità d'vna Lunetta, il cui sesto sia vn semicircolo, ò vna semiellipsi, ò tozza, ò suelta.

Habbiamo prouato prop. 51. tratt. 35. del nostro Euclide Coroll. 2. che la Lunetta è eguale à vn pezzo d'vn mezzo Cilindro lungo quanto è la sua lunghezza, che habbi per sua base la semiellipsi, ò il semicircolo sesto della Lunetta, leuata però vna Piramide alta quanto è l'altezza del semiasse, ò semidiametro normale del suo sesto, ch' habbi per base vn rettangolo fatto della detta lunghezza, e dell' asse Orizontale, ò diametro dell' Ellipsi, ò semicircolo, e questo s'intende supposto, che sia la Lunetta soda, e non vacua, come vacue sono quelle de Volti.



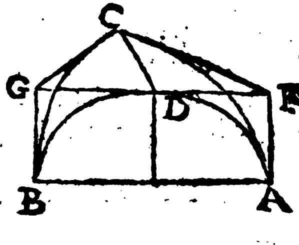
Sia per essempio data la Lunetta soda ABCDEH, come se fosse piena del corpo, la cui base fosse il triangolo AHB, e fosse terminata dalle superficij ADB sesto, e modolo della Lunetta CHB, & AHC, che passono per l'angolo, che si congionge col Volto, in cui la la Lunetta si troua; e dalla superficie curua della medesima Lunetta ADCB. Si misuri l'asse Orizontale AB. P 6. l'asse normale ED 3. l'altezza DC 9. e la circonferenza ADB 19. Si troui prima il semicilindro, è però si troui la base ADB data AB, che in area sia di piedi 14. $\frac{2}{7}$ si multiplichi per DC piedi 9. e darà piedi cubi 128. $\frac{4}{7}$ per il semicilindro, che si cerca. Da poi si multiplichi AB 6 per ED 3. darà per area 18. e questo si multiplichi per vn terzo di DC altezza, e si farà 54. piedi cubi per la Piramide, la quale sottrata dal primo trouato darà 74. $\frac{4}{7}$ per la solidità della Luna ACBD.

PROPOSITIONE 18.

Trouar la sodezza d'vn corpo, che veste, e contiene la Lunetta.

Il corpo, che contiene la Lunetta, è quello, che resta sottrata la medesima Lunetta da vn Prisma, la cui base sia vn rettangolo FGAB, che contiene il semicircolo, ò semiellipsi ADB, che forma la Lunetta, e attorno à cui s'auolge, e l'altezza sia DC lunghezza della medesima Luna.

Però trouata la base FB rettangolo, e misurata la lunghezza DC, si prenderà la metà di DC e si multiplicherà con la base BF, e da questo número prodotto si leuarà la



Lunetta già ritrouata, & il restante sarà la solidità FDCGAB, e per darne vn' essempio la la Fδ fù trouata 18. e DC era 9. nella precedente propositione, multiplicando dunque 18. per 4. $\frac{1}{2}$ fa 81. la Lunetta fù ritrouata piedi 74. $\frac{1}{4}$ dunque leuato questo numero da quello restarà la solidità piedi cubi 6. $\frac{3}{4}$. E questa misura è propriamente delle Lunette de Volti, purche siano rinfianchate sino alla cima dell'arco dell'istesse Lunette.

COROLL.

Quindi è che si potrà anche misurare vn Volto à croce che sia pieno, e rinfiancato sino alla cima della Volta, perche la Lunetta è la quarta parte di quello, constando esso di 4. Lunette.

COROLL.

Dal Coroll. dalla prop. 36. del nostro Euclide si raccoglie di trouar tutti questi corpi, che nascono dalla sfera quadrata, perche facendo vn Prisma alto quanto è il semidiametro lungo, quanto è il diametro quadrupplicato, se si diuide in 28. parti saranno 22. la solidità del Cilindro 6. la solidità del corpo ambiente. La quarta parte della sfera quadrata 4. $\frac{4}{6}$, e tutta 18. $\frac{4}{6}$. La Lunetta sarà 5. $\frac{3}{6}$, e le due Lunette 11. L'inuolto d'vna quarta parte della sfera 2. $\frac{3}{7}$, & il corpo che inuolge la Lunetta solo $\frac{4}{6}$.

PROPOSITIONE 29.

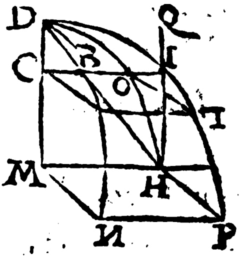
Trouar in altro modo la solidità d'vna sfera, ò sferoide quadrata, e delle sue parti.

Questi

Questa maniera di cubicar le sfere, ò le sferoidi l'hò posta nell'Appendice del nostro Euclide prop. 10. & è calcularla à modo d'vn Prisma triangolare, e d'vna Piramide, à cui colà le mostro eguali.

Sia dunque dato la quarta parte d'vna semisfera, ò d'vna semisferoide PMD, che tanto basta, e sia il circolo, ò Ellipsi che gli dà il modolo, e la genera HODM. Si tirarà dalla D all' H vna linea retta, e misurato HM, & MD, si trouarà l'area del triangolo HDM, e questa si multiplicherà con l'altezza NM, e sarà il Prisma, e doppo con il terzo della lunghezza istessa NM, e sara la Piramide, che vniti in vna sol somma faranno la solidità della quarta parte della semisfera data PMHND.

Se poi si vorrà tutta la semisfera, la somma si multiplicherà per quattro, e se tutta la sfera per otto, e se si vorrà vacua, come vna Volta à Padiglione, si sottrarà vna sfera minore da vna maggiore quanto è grossa la Volta, e si otterrà la solidità della medesima Volta.



Per essempio HM sia piedi 2 MD piedi 2. dunque il triangolo HMD sarà piedi quadri 2. che multiplicato con HM, ò MN piedi 2. farà piedi 4. multiplicato di nuouo per $\frac{1}{3}$ del lato MN, che da 1. $\frac{1}{3}$ Onde l'ottauo della sfera, che è PDM sarà piedi 5. $\frac{1}{3}$ che multiplicato per 8. darà 42. $\frac{2}{3}$ come prima.

Mà se fosse vna parte sola di semisfera, ò semis-

semisferoide come TCD tagliata dà vn piano parallelo alla base, all' hora bisognarà finire il quadrante del circolo dell' Ellipsi OCD, e vedere doue và à finire in HM, & all' hora far il triangolo HMD, indi trouar l'area della sua portione BDC, che resta inscritta nella parte data del quadrante Ellipticò, ò circolare, e poi multiplicare l'area di BDC con tutta la lunghezza HM aggiunta la linea IB, che resta dalla BG sottrata dalla HM, & il prodotto sarà il Prisma, che si richiede. Si multiplicherà anche la medesima area BCD per il terzo della lunghezza BC, e questa sarà il sodo della Piramide, la quale con la solidità della Prisma trouato eguagliarà la solidità della parte sferica, ò sferoidale DTC; come prouo alla prop. 10 dell' appendice al nostro Euclide.

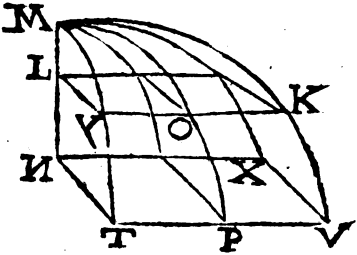
L'inuolto poi corporeo di questa quarta parte di sferoide, e sue parti, facilmente si troua facendo vn sodo, come d'vn Pilastro, la cui base sia PM, e l'altezza DM, multiplicando. PM base per la MD. e da quella sottrahendo la quarta parte della sfera, ò sferoide DPM, & in quanto alle parti si farà vn sodo d'vn Pilastro, la cui base numerica sia l'area TC multiplicata per l'altezza DC, e da questo si sottrarà la parte TDC della sfera, ò sferoide.

PROPOSITIONE 20.

Trouar la corpolenza d'vna Sferoide lunga, e sue parti, il cui sesto sia vn quarto di Ellipsi, ò d'vn circolo in due modi.

Vna sferoide lunga è quella, la quale è fatta

fatta sopra vn rettangolo, il cui lato sia più lungo dell'altro, e l'altezza, ò l'istessa, che vn lato, ò differente d'ambidue, come è la MNV: dunque per ritrouarla questo sarà il primo modo. Si misurarà TN lato minore, e NM altezza, e con queste misure si trouarà il sodo d'vna sfera, ò sferoide quadrata P-MN, come habbiamo insegnato nell'antecedente; E poi misurato l'altro, si dirà adoprando la regola delle proportioni, se il lato PT, ò TN eguali frà loro dà TV, che darà la solidità della sfera, ò sferoide quadrata PMN? e quello, che ne verrà sarà il sodo della sferoide lunga VXTMN.



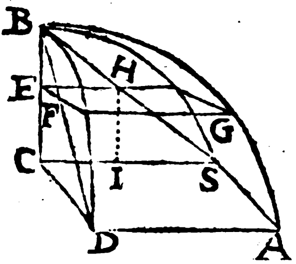
Per essempio sia NM, TN, TP piedi due, e però la sfera quadrata PNM piedi sodi 5. $\frac{1}{3}$ sia il lato VT piedi 5. se dũque PT piedi 2. dà TV piedi 5. che darà il sodo PNM? e fatta l'operatione da piedi cubi 13. $\frac{1}{3}$.

E l'istessa regola s'osseruerà delle parti, perche trouata la sodezza della portione OLM della sfera quadrata MPN, si dirà con la regola delle proportioni; se OY da YK, che darà il sodo della portione OML della sfera, ò sferoide quadrata PMN? e quello ne viene sarà il sodo della portione KML della sferoide lunga VMN.

Questa

Questa propositione si proua nella prop. 9. dell'Appendice al nostro Euclide nell' cor. 1. e nell' istessa prop. si proua, che si potrebbe anche adoprare in scambio PT, & TV la base PN, & VN, e così in vece della linea OY, YR la base OL, OK, e l'vna operatione potrà seruire di proua all' altra.

Il secondo modo fundato nella prop. 12. dell' istessa Appendice sarà così. Sia data la sferoide lunga, della quale si cerchi la solidità ABC.



Si troui l'estentione del triangolo BSC misurata SC, e CB, di poi si facci di quello vn Prisma, multiplicando per la lunghezza CD misurata, si prenda d'indi il terzo dell' istessa altezza C-D, e si multiplichi per l'area dell' istesso triangolo, & il prodotto si congionga con l'altro, e sarà la somma il sodo della ABC, ò pure più breuemente si multiplichi l'area del triangolo SBC per CD tutta, e vn terzo di essa, e quello si produrrà dalla multiplicatione sarà il sodo della sferoide lunga ABCD.

Sia CS piedi 5. CB piedi 2. e DC piedi 2. il triangolo SCB sarà 5. piedi quadri, si multiplichi dunque per DC piedi 2. e per vn suo terzo, che sono in tutto 2. $\frac{2}{3}$, e farà come prima piedi 13. $\frac{1}{3}$ per il sodo d'ABCD.

Per misurar le parti, come la GBE tagliate da vn piano parallelo alla base AC si tiri vna linea dal vertice B all' S, e si facci il triangolo SBC, e d'onde sega in H si tiri vna norma-

normale IH, e tirata la BD si troui l'area del triangolo FEB, e si multiplichi per tutta la CS, ò AD, eguale, e per la parte SI, ridotta in vna somma, e poi si multiplichi l'istesso triangolo FEB per il terzo d'HE, ouero IC, & il prodotto s'vnisca con l'altro, e la somma sarà la sodezza della parte CBE della sferoide lunga ABC.

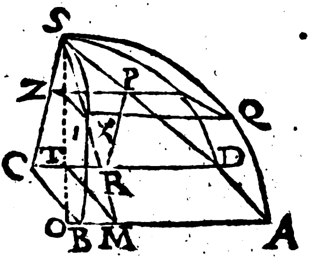
Il corpo poi rettilineo, che la contiene si otterrà, se si multiplicherà la base AC per l'altezza CB, e dal prodotto si sottrarà la sferoide lunga ABC; Et in quanto alle parti si otteranno, se la base loro GE si multiplicherà per l'altezza EB, e dal prodotto si sottrarà la parte CBE della sferoide lunga ABC.

PROPOSITIONE 21.

Trouar la solidità d'vna sfera, ò sferoide obliqua, e delle sue parti, la cui base sia quadrata, ò rettangola, Rombo, ò Romboide.

Sia data la sfera, ò sferoide obliqua ASC, si misurarà la sua altezza perpendicolare ST, & questa seruirà in vece dell'asse SC, e con la BC si farà il triangolo STM, e questo si multiplicherà per la lunghezza AB, & vn terzo di essa, e sarà la solidità della sfera, ò sferoide quadrata, ò rettangola, mà se hauesse per base vn Rombo, ò vna Romboide, ò retta, ò obliqua che sia, all'hora per far il triangolo, rettangolo si adoprarà OT perpendicolare à lati DC, & AB, in loco della BC prop. fundata nella 13. dell'Appendice al nostro Euclide, e nel Coroll. 1. e 3.

Poi si hà la cubatione delle parti à questo modo. Fatto il triangolo MTS, come prima si trouarà l'area di quella parte, che resta trà il piano QZ paralleio alla base, come si presuppone, che è ZX. Da poi si farà il triango-



lo DSC tirando vna linea retta dà S in D, e doue sega il piano QZ in P, si tirarà vna parallela al lato SC, che caderà in R. Si prenda AB per tanto, e RO, & il terzo di RC, e si moltiplichi con l'area ISZ, e sarà fatto vn corpo, che sarà eguale alla portione QSZ della sfera, ò sferoide non rettangola ASC, e se QZ base fosse Rombo, ò Romboide, in vece della XZ, si adoprarà vna normale à ZP, come mostro Coroll. al 3. p. 13. citata.

Si potrà anche trouar vn corpo, che vguagli questa sfera, ò sferoide retta, ò obliqua, che sia, ò sopra la base quadra, ò rettangola, ò Rombo, ò Romboide, se trouata la base AC si quadrupplicherà, e poi si multiplicherà con il terzo dell' altezza della sfera, ò sferoide, come prouo nella prop. 14. dell'istessa appendice, mà questa regola serue solo per trouar tutto il corpo, non per ritrouar la cubatione delle parti.

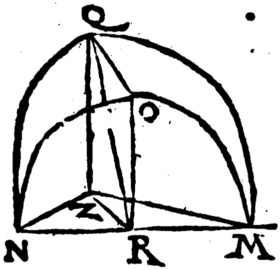
In quanto poi à trouar la solidità del corpo, che nel modo spiegato la circonda. Si trouerà, come habbiamo insegnato, e solo in scambio dell' asse perpendicolare, non essen-

essendoui quì si seruirà dell' altezza TS, ò IS per far la multiplicatione, con la base CA.

PROPOSITIONE 23.

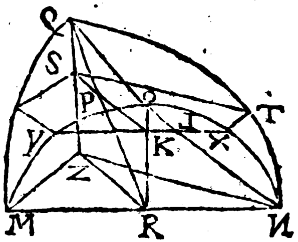
Trouar in altro modo la solidità delle Lunette, e sue parti.

Sia data la Lunetta MONQ da misurare, si misuri la circonferenza MON, e l'asse Orizontale MN, e l'asse normale RO, e la lunghezza della Luna OQ, e prima si troui l'area della semiellipsi, ò semicircolo MON, e si multiplichi per la lunghezza OQ della Luna, e questo sarà il primo prodotto; Indi si troui l'area del triangolo OQR, e si multiplichi



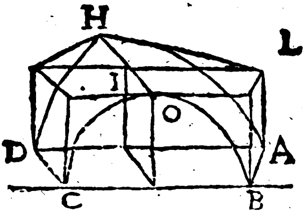
con la lunghezza RN, & il suo terzo, e questo prodotto secondo si sottraga dal primo, e quello, che ne verrà, e restarà, sarà il sodo della Lunetta MQN. Sia per essempio l'NOM 14. $\frac{1}{4}$ l'NM 6. la RO 3. l'OQ 9. La QO multiplicata per l'area 14. [illegible] darà 128. $\frac{1}{4}$ la metà OQ 4 $\frac{1}{2}$ con la RO 3. fà l'area del triangolo QOR 13. $\frac{1}{2}$, che multiplicata per MR dà 40. $\frac{1}{2}$, e 1[illegible]. $\frac{1}{2}$ multiplicata per $\frac{1}{3}$ d'MR dà 13. $\frac{1}{2}$, & insieme 54. che dedotte da 128. $\frac{1}{4}$ dà la solidità della Luna 74. $\frac{1}{4}$ come alla prop. 17. di questa parte.

Le parti poi tagliate da piani paralleli alla base MZN, come è il piano YSXT, che fà la portione YTXSQ si troueranno in questo modo. Prima si trouarà l'area della portione del circolo, ò dell'Ellipsi YOX, e si multiplicherà con la lunghezza OQ, e questo sarà il primo prodotto. Di poi tirata ON si farà il triangolo ORN, e si trouarà l area della portione OKI del triangolo ORN tagliata dal piano YST, e per designar il triangolo SPQ si tirarà dalla ponta della Lunetta Q vna linea al centro R, e doue taglia il piano YTS farà il triangolo SPQ. D'indi si misurarà KP, & il terzo di PS (residuo della KS, ò à questa eguale OQ sottrata la KP) Si multipli-



carà dunque il triangolo IOK per la somma di OQ, KP, & il terzo di PS, e questo prodotto si sottrarà dal primo, & il resto sarà il sodo della Lunetta YOXSTQ.

Il corpo poi, che veste, e circonda la Lunetta si trouarà, come habbiamo insegnato, mà il corpo, che veste le parti si trouarà, se si multiplicherà la CD con la BC subtensa, e si farà l'area ABCD, che si multiplicherà con AL normale; D'indi leuata la CD dalla lunghezza IH si prenderà la metà d'IH, e si multiplicharà, con la BC, e di nouo con la AL, e fatta e fatta de due prodotti vna somma, da questa si sottrarà il pezzo di Lunetta ABOHCD, perche il residuo sarà il corpo, che si richiede.



CAPITOLO 4.

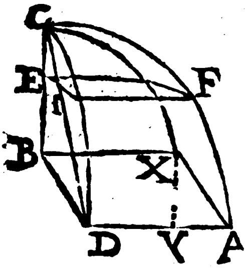
Delle Conoidi rettangole, paraboliche, ò Iperboliche.

Oltre all Ellipsi, che formano la figura ouata, i Matematici hanno due altre figure, che nascono dalle settioni del cono, le quali sono poco, anzi nulla conosciute dalli Architetti, la Parabola, e l'Iperbole, le quali, non hà dubio potrebbero seruire eggregiamente nelle Volte, mà perche la loro descrittione non è così pronta; però credo, che questa sia stata la causa, che niuno l'hà poste in vso, massime supplendo il circolo, e l'Ellipsi ad ogni lor bisogno. Con queste però si formano corpi, come i primi, mà la doue quelli passata la base massima, che è nel mezzo, si cominciono di nuouo à ridur in vn ponto, questi non hanno niuna base massima, perche quanto più si producono, tanto più si dilattono in infinito. Le proprietà di queste due figure le hò descritte abbondantemente nel tratt. 24. del nostro Euclide, hora attenderò solo à misurar i corpi, che nascono da esse.

PROPOSITIONE 23.

Misurar la Conoide Parabolica di base quadrata, e le sue parti.

Sia dato il corpo ABC, il cui sesto, che la forma sia CBD Parabola sopra la base quadrata AB. Si misuri CB, e DB, e si troui l'area del triangolo DCB multiplicando la metà di DB con tutta la CB, e l'area ritrouata del triangolo DBC, si multiplichi per DB, ò AD eguali frà loro, & il Prisma, che si produce sarà eguale al sodo della Conoide Parabolica ACB, come prouo nella propositione 55. tratt. 24. del nostro Euclide.



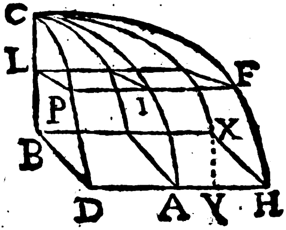
Che se si vorranno saper le parti tagliate dà piani paralleli all'asse, come FCE l'istessa prop. serue, e si farà così. Il triangolo CEI parte del triangolo CDB si multiplicherà con tutta l AD, e darà il sodo della portione FCE, come nell'istesso luogo io prouo, ò pure si misurerà, come vn' intiera essendo l'istessa ragione.

PROPOSITIONE 24.

Trouar la solidità d'vna Conoide Parabolica, la cui base sia vn rettangolo lungo, ò Rombo, ò Romboide, e le sue parti.

Sia dato il corpo Conoidale ACBD della precedente propositione la cui base sia il rettangolo AB.

Si trouerà l'area del triangolo DBC, e questa si multiplicherà per l'altro lato AD del rettangolo AB, & il prodotto sarà il Conoide Parabolico desiderato. E per la cognitione delle parti tagliate da piani paralleli alla base, come FE si multiplicherà il triangolo IEC per l'istesso lato AD, che non serue per base al triangolo DCB, & il prodotto sarà eguale alla parte FEC, e questa mia prop. è da me dimostrata alla prop. 21. dell' Appendice al nostro Euclide.



Si può anche fare in vn'altro modo, che è trouando la sodezza d'vn Conoide quadrato dell' istesso sesto DBC, & altezza BC, come d'ACDB; E poi dire adoprando la regola delle proportioni, se AB da BH basi, che darà il sodo ritrouato del Conoide quadrato ACB? & il prodotto sarà HCBD, ò pure dicendo se AD da HD, che darà il sodo del Conoide quadrato ACB? e quello ne viene sarà la sua solidità.

E così anche si trouaranno le parti dicendo doppo hauer trouato la sodezza del segmento ICL, se IL da FL basi, ò se IP da PF linee, che darà il sodo ICL, & il prodotto sarà FPCL; Mà se il Conoide Parabolico fosse collocato in vna base, che fosse Rombo, ò Romboide, si trouarà la sua normale, come sarebbe XY, e quella seruirà per base del triangolo CDB in vece della BD.

PROPOSITIONE 25.

Venir in cognitione della sodezza d'vna Conoide Iperbolica quadrata dato il suo asse trauerso;

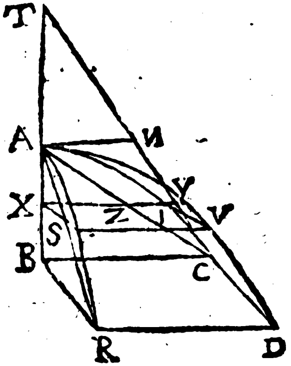
Secondo Appolonio Tianeo, & i Matematici, che hanno trattato di questa figura, non è possibile cubarsi senza hauer cognitione dell'asse, però si trouarà così.

Sia dato vn quarto del corpo Conoidale Iperbolico DAB, e l'Iperbole, che lo genera, e gli serue di modolo sia CBA, e di questa bisogni trouar l'asse. Si tirarà vna parallela IX alla base, e poi si tirarà vna diagonale dal vertice A al fine C della figura BAC, e segarà la IX in Z, dunque si misuri XZ, e la IX, e della XI se ne farà vn quadrato multiplicandola in se, che si diuiderà per la XZ, & il quotiente sarà la lunghezza d'YX, che tirata dall'istesso ponto X arriuarà fino all'Y, e dal C per Y si farà passare vna linea CT, la quale incontrarà la BA prolungata in T, & AT sarà il diametro trauerso, che si richiede; E così si hauerà il triangolo CTB necessario alla cubatione della Conoide.

Per misurarla dunque si tiri la linea NA parallela alla CB, e si misuri l'vna, e l'altra, e l'altezza BA, e perche habbiamo prouato alla prop. 56. tratt. 34. del nostro Euclide esser eguale à vn Prisma, è vna Piramide tale, quale faremo; Per farne la base, si multiplicherà la linea NA con la BC, & il prodotto

per

per farne il Prisma si multiplicherà per la metà della BA, e sarà il primo prodotto, e poi



si prenderà la differenza del NA dalla CB, e questa differenza si multiplicherà per la CB, e quello ne viene si multiplicherà per il terzo dell'altezza BA per farne la Piramide, e questo prodotto secondo si sumarà col primo, e la somma sarà la solidità della Conoide Iperbolica DAB.

E per conseguire la parte VXA, come prouo nell'istessa propositione, si multiplicarà la XZ con la NA, & il numero, che nasce con la metà dell'altezza XA, e questo prodotto sarà il primo; E poi si sottrarà NA da XY, e la differenza si multiplicherà per XZ, & il numero generato si multiplicarà per il terzo dell'altezza XA, e questo secondo prodotto vnito in vna somma col primo darà il sodo della portione VAX del quarto della Conoide Iperbolica DAB, onde se si vorrà tutta la sodezza, si multiplicherà per 4. O pure si potrà misurare, come se fosse intiera.

PRO-

PROPOSITIONE 26.

Trouar la solidità d'vna Conoide Iperbolica, la cui base sia vn rettangolo.

Sia dato nell' istessa figura il quarto d'vna Conoide Iperbolica ABD, e sia CAB Iperbole, che la genera per vn lato più lungo che l'altro BR, doue l'Iperbole ABR generante hà la base BR più corta.

Per trouar dunque la solidità d'vn tal corpo, si trouarà la NA, e si misurerà la NA, CB, RB, BA. Di poi si multiplicherà RB con la NA, & il numero generato si multiplicherà per la metà dell' altezza BA, e questo, che ne viene sarà il primo prodotto. Di poi si sottrarà la NA dal CB, e la differenza si multiplicherà per la RB, & il numero, che ne sorte si multiplicarà per il terzo dell' altezza BA, e questo secondo prodotto s'aggiungerà col primo in vna somma, la quale sarà il sodo del corpo DAB, che è la quarta parte d'vna Conoide Iperbolica di base lunga, e questa regola prouo alla prop. 27. dell' Appendice al nostro Euclide.

E se si vorranno le parti si potrà far l'istesso, che dell'intiera, ò si farà quasi l'istesso, come nella precedente, perche si multiplicherà prima NA con la SX, & il numero, che ne nasce con la metà dell' altezza XA, e questo numero che vien generato sarà il primo prodotto. D'indi si sottrarà la NA dalla YX, e la differenza che resta si multiplicherà con la SX, e questo numero, che vien prodotto si multiplicherà per vn terzo della XA, e questo sarà il secondo prodotto, il quale s'vnirà in vna somma col primo, e questa somma

sarà

sarà il sodo della portione VAX della Conoide Iperbolica fatta sopra vn rettangolo.

CAPITOLO 5.

Delle sfere, e sferoidi tonde, & Elliptiche.

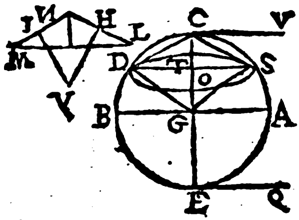
Non è stato necessario, che m'affattichi, à trouar inuentione per cubicar le sfere, ò sferoidi, come quelle del capitolo precedente, perche sono stati ridotti al cubo da Archimede i quattro più principali di essi corpi, la sfera, che nasce dal circolo, la sferoide, che è generata dall'Ellipsi, la Conoide parabolica nata dalla Parabola, ò la Conoide Iperbolica, che è formata dall' Iperbole, rette, che siano, ò oblique, purche collocate sopra basi circolari. Però darò le regole per cubicarle cauate dalle sue ingeniosissime proue addotte al tratt. 34. del nostro Euclide. Mà con tutto questo io hò aggiunto con l'aiuto di Dio altre cubationi più facili nell' istesso trattato, delle quali quì ne aggiungerò le regole, e nell' Appendice al nostro Euclide hò cubicato questi istessi corpi posti sopra vna Ellipsi, cosa molto difficile, e scabrosa, e non solo del tutto, mà delle parti di esse ancora, il che à chi sà la difficoltà di cubar i corpi di superficij curue, non può se non parer opra di lunga fatica, e di gran sforzo d'applicatione, come veramente è stata.

PROPOSITIONE 27.

Calculare la solidità d'vna sfera, e delle sue parti.

Si misuri il suo diametro AB, e con questo duplicato si troui il tondo, ò suo circolo, che sarà quadruplo al massimo della sfera, e que-

questo circolo si multiplichi col terzo del semidiametro, & il prodotto sarà eguale alla solidità della sfera, perche così si forma vn cono à lei in sodezza eguale, come prouo con Archimede prop. 43. tratt. 34. del nostro Euclide.



Il settore della sfera è vna portione di essa contenuta dà vn cono, che la ponta hà nel centro, come SGD, e dà vna portione di sfera, che gli serue per base, come SCD. Hor questo si trouarà, trouando prima il polo C, e da esso prendo la misura fin là, doue finisce la superficie della sfera D, e questa sia CD, che seruirà di semidiametro per ritrouar vn circolo, la cui area si multiplicherà per il terzo del semidiametro della sfera, & il prodotto sarà la solidità del settore SOCD.

Per ritrouar poi il corpo della sola portione di sfera, trouata la sodezza del settore, si trouarà anche il pieno del cono SODG misurando il diametro SD, e da quello trouando l'area del suo circolo, e questa multiplicandola per il terzo di GT residuo, e segmento del semidiametro della sfera, ilche fatto si leuarà il numero prodotto, che è la cubicatione del cono STDOG, dal sodo del settore già ritrouato SGCD, & il residuo sarà il corpo della portione SCD della sfera ACBE. Il fundamento di queste regole è dà me dimostrato alla prop. 43. e 44. e suoi coroll. del nostro Euclide.

Mà

Mà perche per ritrouar la solidità della sfera, fà bisogno saper il diametro, però è necessario insegnar pratticamente di ritrouarlo. Si porranno dunque due tauole VC, QE l'vna contro all' altra parallele, e si misurarà la distanza di esse VQ normalmente, che quella misura essendo vguale à CE sarà della sfera, e però del diametro del massimo circolo di essa; Onde potremo trouar la sua circonferenza.

Che se fosse vna portione, come SCD bisognerà col compasso prender il mezzo trà S, e D che sia C, che per assicurarsi maggiormente, si potrà prender da quattro bande del circolo SOD, ciò in S, e D, e doppo in O, e nell' opposta parte T. Dà poi presa la misura di SD, e CD, ò CS dà parte, si farà il triangolo LNM, i cui lati LN, & LM saranno frà loro eguali, & anche alle distanze CD, ò SC, e la base LM al diametro SD del circolo che fà base alla portione della sfera, e posta la squadra al mezzo di essi precisamente in G, & H si tiraranno le due linee GY, & HY, che andaranno à ferire nel centro della sfera, e la distanza NI sarà il semidiametro della sfera che si richiede.

Tutte queste operationi l'hò insegnate al tratt. 21. del nostro Euclide in altro modo, mà queste sono più addatate alla prattica, quelle alla speculatiua.

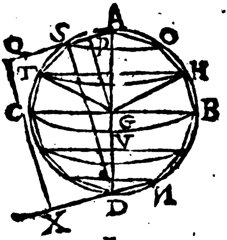
Si può anche la sfera misurare in altro modo, & è di trouar la superficie della sfera, e di questa multiplicar vn terzo, con tutto il semidiametro, perche così faremo vn cubo eguale alla corporeità della sfera, come prouo alla prop. 46. tratt. 34. del nostro Euclide.

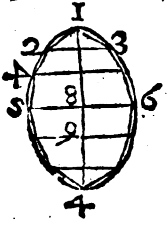
PRO-

PROPOSITIONE 28.

Trouar la solidità d'vn corpo, che consti di fascie piane, e circolari, siano inscritte, ò circonscritte alla sfera, e delle sue parti.

Sia il corpo dato ABCD, e le fascie siano come BHTC, ò come HOST. Questo corpo si misura à questo modo. Prima si troua la PG all'istesso modo, che habbiamo trouato la YI normale alli lati NM, NL eguali alle distanze SC, e CD, ò pure come habbiamo insegnato alla prop. 25. parte 2. trouaremo la DS, e la DA; e da questa DS sottraremo la metà di DA, & il resto sarà la GP, e poi come pure habbiamo detto nell'istessa prop. trouaremo l'area d'vn circolo eguale alla superficie di tutte quelle fasce, e questa si multiplicherà col terzo della linea GP, e questo prodotto sarà la solidità di tutta la sfera fatta à fasce DBAC, che habbiamo descritto.





Che se vorremo il sodo d'vn suo settore, come HATG si trouarà prima la superficie d'vn circolo eguale alla superficie globosa HAT, come habbiamo insegnato nella cittata propositione, e si multiplicherà per il terzo di PG, e questa sarà la solidità del settore HATG.

Per saper poi il sodo della portione sola HAT si trouarà la solidità del cono HTG, e questo corpo si sottrarà dal settore già ritrouato, e restarà la solidità della portione HAT.

Che

Che se fosse il corpo ouale, e le fasce inscritte in vna sferoide, quale è 1.5.4.6. All'hora doppo hauer trouato la solidità delle fasce inscritte in vna sfera, il cui diametro sia AD eguale à 4.1. asse maggiore, le quali siano equialte alle inscritte nella sferoide 1.5.4.6. Si dirà se 4 1. diametro mi da 5.6 asse, che mi darà la solidità delle fasce de la sfera ACDB? e quello, che ne risultarà, sarà il sodo del corpo fatto à fasce 1.5.4.6. E delle parti si farà l'istesso: perche doppo hauer trouata la portione equialtra, come AV eguale à 9.1. della sfera à fasce ACDB. Si dirà con la regola delle proportioni: se CB, ò AD dall'asse 5.6. che darà il sodo della portione fatta à fasce, la cui altezza sia VA, e quello ne riuiene sarà la solidità della portione alta quanto 9 1. del corpo à fasce ouale 1.5.4 6.

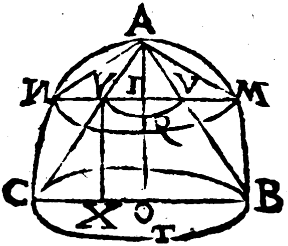
PROPOSITIONE 19.

Saper la solidità d'vna sferoide, e sue parti, la cui base sia vn circolo.

Daremo prima l'inuentione d'Archimede di cubar questa sorte di sferoidi, e poi la nostra.

Sia da trouarsi la solidità della mezza sferoide ABCT, la cui settione per l asse sia il circolo BTC, ò obliqua poi, ò retta, che sia non importa, ò sia diametro del circolo l'asse maggiore, ò minore, ciò non varia la regola. Si troui il circolo BTC, e la sua superficie dato il suo diametro BC, che si douerà misurare, come habbiamo misurato il diametro della sfera, e quest' area si dupplicherà, e poi si multiplicherà per il terzo dell'altro semiasse

asse OA, e questa solidità sarà eguale alla semisferoide BAC, e per farla eguale à tutta si duplicherà, o si quadruplicherà l'area del circolo della base, e poi si multiplicherà per il terzo dell altro semiasse, e verrà tutta la solidità della sferoide.



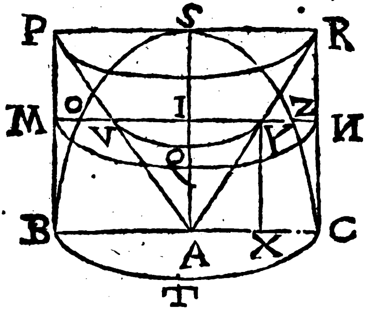
Per conseguire poi la sodezza della portione NAM si prenderà la distanza, ò diametro NM del circolo, base dell'assignata portione NAM, e con quello si trouerà l'area del circolo NQM. Si trouerà anche l'asse AO, & la portione dell'asse IO, e si misurarà l'vno, e l altro, cioè AO, & IO, e d ambidue se ne farà vna somma, e multiplicando il piano del circolo trouato per il terzo d'IA. si farà vn cono MAN, e poi si dirà se il pezzo IO dà il semiasse AO ridotto in vna somma con il pezzo istesso IO, che darà la solidità del ritrouato cono NAM, e quello, che dall'operatione della regola del trè ne nasce sarà la solidità della portione della sferoide NAM. E questa operatione è da me dimostrata prop. 39. e 40. tratt. 34. del nostro Euclide.

Il secondo modo nostro, il quale è anche commune alle sfere è di ritrouar l'area del massimo circolo, che la taglia per mezzo BTC, e quella multiplicare per l'altezza OA, e poi per il terzo d'essa altezza OA, e questa solidità sottrarla dall altra, & il residuo della sottratione sarà il sodo della mezza sferoide, ò sfera BAC, come prouo di mia specu-

latione

latione alla propositione 36. e Coroll. 2. della propositione 37. tratt. 34.

Per saper poi le parti; VQY base si multiplicarà per il terzo d'AI, e poi CTB base per il terzo SA, & il primo prodotto si sottrarà dal secondo, e di questa sottratione il residuo, che sarà il pezzo di cono PRVQY si sottrarà dalla base CTB multiplicata per tutto SI e quello resta sarà il sodo della portione del la sferoide OSZ, O pure si farà così, come p ur anche prouo prop. 38. del detto trattato. Si sottrarà il semidiametro IV del circolo base della portione conica rouersia YAV dal semidiametro AC della base della metà della sferoide, e del cono inscritto APR, e sarà la differenza CX.



E così trouata la circonferenza YQV del diametro minore YV del cono YAV, si sottrarà dalla circonferenza BTC del diametro maggiore BC, e poi si multiplicherà la circonferenza minore VQY per la differenza de semidiametri, e si farà vn rettangolo, che si multiplicherà per la metà dell'altezza SI, e quello ne viene sarà il primo prodotto.

Dà poi si multiplicherà l'istessa altezza IS per la differenza delle circonferenze, e questo numero prouueniente dà questa multiplicatione, si multiplicherà di nuouo per il terzo della differenza XC de semidiametri, e questo secondo prodotto si congiungerà col primo prodotto, e la somma sarà eguale alla portione OSZ, e questo si raccoglie dalla prop. 38. e suo Corollario del trat. 34. vnito col Coroll. 1. della prop. 29. dell' Appendice al nostro Euclide.

Che se si volesse la maggiore parte OZPC, si trouerà l'area del circolo maggiore BIC, che passa per il mezzo, e si multiplicherà per l'altezza IA; similmente trouata l'area del circolo minore del cono inscritto YQV, si multiplicherà per il terzo dell'altezza AI, e questo prodotto si sottrarà da quello, & il residuo sarà la solidità della portione più grande BZOC, che resta verso il centro della sferoide BSTC.

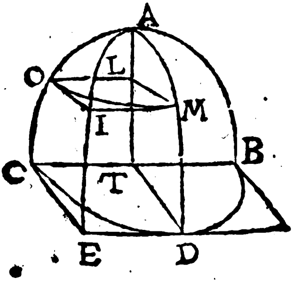
PROPOSITIONE 30.

Cognoscere la solidità d'vna mezzà sferoide che habbi per base vn' Ellipsi, e sue parti.

Questi corpi per anche non sono stati ridotti ad alcuna cubatione da veruno, mà io nel Coroll. 3. della prop 37. e più ampiamente nella prop. 22. e 23. dell' Appendice al nostro Euclide hò hauuto fortuna di cubarli, dalle quali cauaremo prima vna regola, che seruirà per il tutto, e poi vn' altra, che seruirà anche per le parti.

Sia dunque BDC vn' Ellipsi, e BAC ancora, le quali formano vn corpo per ogni parte Ellip-

Elliptico. Si troui prima l'area, e superficie dell'Ellipsi tutta BDC, e questa si radupplichi.



Indi si multiplichi per il terzo di TA, e quel numero, che nasce dalla multiplicatione del piano dupplicato di tutta l' Ellipsi BDC per il terzo di TA semiasse, sarà il sodo della semisferoide Elliptica BAC, come prouo alla prop. 23. nell' Appendice.

Si può far anch' in vn'altro modo, & è trouar il sodo d'vn quarto d'vna semisferoide dell'istessa altezza, la cui base circonscriua l'Ellipsi, & habbi i lati eguali alli assi, come ADCIE, della cui base TDEC l'area si deue anche inuestigare, si come il quarto della detta Ellipsi DTA, e poi vsando la regola del trè dire: se TCDE rettangolo mi dà il quarto dell' Ellipsi DTC, che mi darà la solidità ATDCP? e quello, che ne verrà, sarà la solidità della quarta parte della semisferoide, come prouo alla prop. 22. dell' Appendice.

Anzi come si raccoglie dall' istessa prop. l'istessa regola potrà seruir per le parti, e trouata la sodezza della portione AMLOI d'vna sferoide, che habbi la sua base circonscritta all' Ellipsi dell'istessa altezza, e trouata l'area del rettangolo LMOI base della

 portio-

portione MLAOI, & il quarto LOM dell' Ellipsi base della sferoide LMOA, si cercherà con la regola delle proportioni, se il rettangolo MLOI da il quarto dell' Ellipsi LMO, che darà la solidità della descritta portione quadrata ALMIO, e quello, che dalla regola risultarà sarà il sodo della data portione MLOA della sferoide.

CAPITOLO 6.

Delle cubationi delle Conoidi paraboliche, & Iperboliche.

Quì pur anche non solo con Archimede hò trouata la solidità delle Conoidi Paraboliche, & Iperboliche, e rette, e oblique, le quali siano poste sopra basi tonde, mà anche quello, che sin' hora niuno hà fatto, ancorche siano poste sopra basi Elliptiche, e benche questi corpi rare volte venghino in vso nelle fabriche, pur perche tal volta possono occorrere, è necessario dar le regole per misurarle, e trouare la loro solidità.

Corpo dunque Parabolico è quello, che nasce da vna parabola, che gli dà il modello, la cui figura, che cosa sia habbiamo spiegato di sopra, e per ciò se si taglia à piombo dalla sua cima, sino alla base quella segatura esprimerebbe vna parabola, e l'istesso si dica d'vn corpo Iperbolico.

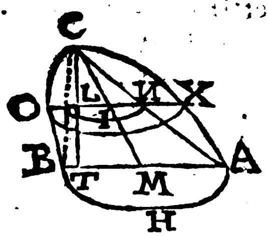
PROPOSITIONE 31.

Trouar la sodezza d'vn corpo parabolico, retto, ò obliquo, la cui base sia circolare, e sue parti.

Sia

Sia dato vn corpo parabolico ACBH, in cui si figuri esser descritto vn cono ACB, la cui base sia AHB, l'istessa, che del corpo parabolico.

Misurato dunque il diametro AB, si troui con quello la superficie del circolo AHB, e si parti per mezzo, & vna parte s'aggiunga all' istessa area.



Indi si misuri l'altezza di questo cono normale CT, & il terzo di questa altezza multiplichi la somma dell' area del circolo, e della sua metà, & il prodotto di questa multiplicatione sarà il sodo del corpo parabolico, che si desideraua, come prouo con Archimede alla prop. 34. tratt. 34. E questa seruirà per le parti ancora, essendo che nella Parabola la parte hà l istesse proprietà, che il tutto, e se si considera da se sola è vna intiera, e perfetta parabola.

Io dò vn' altra cubatione del Conoide parabolico alla prop. 35. tratt. 34.

PROPOSITIONE 32.

Saper la solidità d'vna Conoide parabolica, e sue parti situata sopra vna base Elliptica.

Sia data l'istessa figura, e presupponiamo AHB sia vn' Ellipsi per cubarla, si trouerà l'area dell' Ellipsi AHB, e poi partendola come prima per mezzo, si aggiungerà la metà di essa al numero dell' istessa Ellipsi, e poi si

M 3 multi-

multiplicherà per il terzo dell' altezza TC, e sarà quello, che nasce dalla multiplicatione, il sodo del dato corpo parabolico ACB posto sopra l'Ellipsi AHB, come prouo prop. 35. tratt. 24. del nostro Euclide.

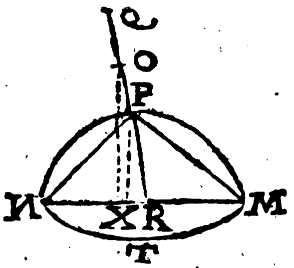
Se vorremo la sodezza delle parti, come d'XCO, si trouerà l'area d'vn' Ellipsi, il cui semiasse maggiore sia MB, & il minore LN. sin là doue taglia il triangolo massimo ACB nell' istessa altezza della settione XO, e di questa si prenderà la metà, e si aggiungerà all' istessa base Elliptica ritrouata, e poi tutta la somma dell' Ellipsi predetta intiera, e sua metà si multiplicherà per il terzo dell' altezza normale LC, e quello ne nasce, sarà il sodo della desiderata portione XCO, come prouo alla prop. 23. della nostra Appendice.

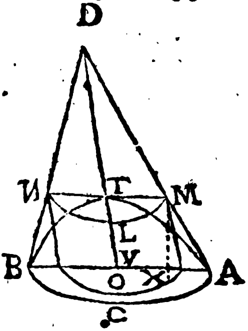
PROPOSITIONE 33.

Trouar l'area d'vna Conoide Iperbolica, la cui base sia circolare; tanto retta, quanto obliqua, e le sue parti, di cui sia noto il diametro trauerso.

Sia vn corpo Iperbolico MNP, e tutto, ò vna parte di esso, ò retto che sia, ò obliquo, che non importa, la cui base sia circolare M-TN. si trouerà la sua corpolenza à questo modo.

Prima si troui il piano del circolo MTN, e trouato, ò dato l'asse RP, e l'asse, ò diametro trauerso (che così da Matematici s'appella) PQ, prima si multiplicherà MTN area del circolo per il terzo dell' altezza XP, e si farà il cono inscritto MPNT, e poi si prenderà ridotto in vna somma RP, & PQ, & à questi s'aggiuns'aggiungerà la metà PO del diametro trauerso PQ, e poi adoprando la regola delle proportioni, si dirà, se RP diametro insieme con PQ diametro trauerso danno RP diametro, PQ diametro trauerso, e la metà PO di esso trauerso, che darà il corpo ritrouato MPNT del cono inscritto, e darà la regola delle proportioni, la sodezza desiderata di tutto il corpo Iperbolico MPNT, ò d'vna parte che sia, come prouo alla prop. 30. tratt. 34. Si potrà anche fare, come prouo alla propositione 31. 32. e 33. à questo modo.





Sia dato il corpo Iperbolico ATBC col suo asse TV, e trauerso TD. Si trouerà la solidità del pezzo BANM del cono ABD, che finisce in D estremo dell'asse fatto sù la base, e circolo ACB del corpo Iperbolico alto, quanto è l'istesso corpo XM, e cosi la solidità del Cilindro MNO, e questa solidità si cauerà da quella del pezzo di cono, & il residuo sarà la corpolenza desiderata del corpo Iperbolico PTAC.

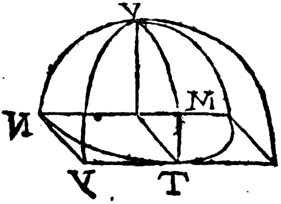
Si potrà anche ottener l'istesso in altro modo multiplicando la differenza de semidiametri TM, OA con la circonferenza di sopra

MLN, e questo prodotto per l'altezza MX, e poi il terzo della differenza delle circonferenze maggiori ACB sopra la minore MLN multiplicarla per la differenza de semidiametri TM da OA, e questo multiplicato, di nouo multiplicarlo per l'istessa altezza MX, e di tutto questo farne vna somma, perche questa sarà la corpolenza del corpo Iperbolico, ò pur sue parti.

PROPOSITIONE 34.

Trouar la corpolenza d'vna Conoide Iperbolica situata sopra vna base Elliptica, ò retta, ò obliqua.

Sia MTN la base Elliptica della Conoide MTN, e di questa Ellipsi si troui la superficie, si come del rettangolo MY, che la circōscriue. Indi si troui la corpolenza della Conoide Iperbolica MVY situata sopra il rettangolo MY, come habbiamo detto di sopra.



E poi adoprando la regola delle proportioni; si dica se MI, rettangolo circonscritto dà la MTN, Ellipsi, che darà la solidità della conoide iperbolica rettangola MVI, e darà il sodo della conoide iperbolica elliptica MTNV, e l'istesso si farà delle parti, ciò prouo nella nostra appendice all' Euclide prop. 28.

CAP-

CAPITOLO 7.

Della corpolenza delli anelli.

Hò à lungo trattato della corpolenza delli anelli alla prop. 20 tratt. 34. mà più ampiamente nella nostra appendice all' Euclide nostro, de quali la cubatione, che io sappia non è stata per anche ritrouata da alcuno, & è non sol del tutto; mà anche delle parti, come ne darò quì le regole estratte dalla detta appendice.

PROPOSITIONE 35.

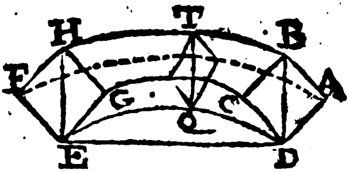
Dato vn' anello circolare, la cui sagma, ò modolo, che lo forma sia circolo, ò ellipsi, ò figura qualunq; rettilinea, ò semicirua, che habbi asse, trouar la sua solidità.

Sia dato qualunque anello circolare, la cui settione, ò modolo, da cui è generato sia qualunque figura, purche habbi asse, cioè che si possa diuidere per il mezzo da vna perpendicolare al suo piano, e separare le parti, vna che resti verso il centro, l'altra verso l'esterno in superficij vguali, come è l' ABCD, che dalla linea normale al piano DE, si può diuidere in parti eguali ABD, e BCD. Quindi é, che anche le parabole, l'Ellipsi, li triangoli retti, e tutte le figure rettilinee perfette, e che constino di lati eguali frà loro, i circoli, l'Ellipsi possono formar anelli, che con questa regola sola si potranno misurare, come prouo nella prop. 32. e suoi Coroll. dell' Appendice al nostro Euclide.

Si misuri la circonferenza del circolo BTH, che camina per il mezzo trà A, e C, e passa

per

per la linea DB, e trouata l'area della figura ABCD, che dà il modello all'anello ABFE,



questa istessa superficie d'ABCD, si multiplichi per la circonferenza BTH, già misurata, e quello, che se nè genera sarà la corpolenza dell'anello ABFE.

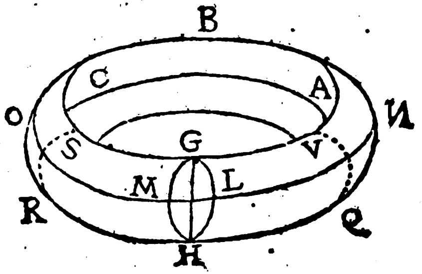
E in quanto alle sue parti, le quali siano segate dalle medesime superficij ABCD, se nè otterrà la sodezza, come mostro prop. 33. della cittata appendice, se si multiplicherà l'istessa superficie ABCD, per l'arco del sopradetto circolo, che le misura, per essempio per hauer la solidità della portione dell'anello ABTQCD, si misurarà l'arco BT, e trouata la superficie ABCD, si multiplicherà per l'arco predetto, e nè verrà la solidità del pezzo dell'anello ABTQCD.

PROPOSITIONE 36.

Trouar la quantità della sodezza delle portioni interiori, & esteriori d'vn anello.

Per ritrouar la portione interiore d'vn anello rondo, & anche l'esteriore, non bisogna altro, se non saper la differenza, & in che supera l'esteriore la portione interiore, e perche prouo alla prop. 34. dell'Appendice cittata esser questa vn'ongia cilindrica, la cui base sia il semicircolo GMHL, della grossezza dell'-

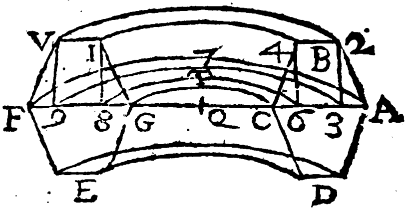
dell'anello; la cui altezza sia la differenza, che vi è trà il circolo interiore CA, e medio BSV, ò trà il medio BSV, & esteriore NO, però bisognarà prima trouar due di queste circonferenze, per essempio l'esteriore NO, e la media BSV, questa sottrarla dall'altra, e seruare da parte la differenza; Di poi si multiplicherà il semidiametro del circolo, con cui si forma, e gli dà la grossezza, per la metà di se stesso, e questo prodotto si multiplicherà per la differenza delle circonferenze predette, & vn terzo di essa, e questo numero, che ne viene, dupplicato, è la differenza solida, con cui supera la parte esteriore l'interiore; Fatto dunq; il conto di tutta la sodezza dell'anello, questo numero, che l'esprime si diuiderà per mezzo, e per far la portione esteriore s'aggiungerà la differenza solida, mà non dupplicata, con cui supera la metà, e per far l'interiore gli si leuarà.



Gli altri anelli, li cui modoli siano figure rettilinee si potranno diuidere in diuersi anelli partiali, ò quadri, ò triangolari, e di questi farne il calcolo, e così saper non solo la differēza dalla parte interiore all'esteriore

mà

mà anche di ciascuna saperne la quantità anche se bene non fossero anelli perfetti, mà portioni di essi e le circonferenze cō cui s'agirono non fossero finite, se bene non fossero circonfeenze circolari, mà ouali, ò Elipticche.



Dunq; come si vede nella figura ABCDEFVG il modolo ABCD, si diuiderà con delle perpendicolari in triangoli, ò in quadrati, ò in rettangoli, i triangoli faranno anelli triangolari, & i rettangoli quadrangolari; i triangolari saranno di due modi, perche in essi ò la superficie à piombo guardarà verso il centro, come nel triangolo A 2.3. nel quale la 2.3. resta verso il centro Q, o la superficie à piombo sarà verso le parti esteriori, come è nel triangolo 6.4. C. la linea à piombo 6.4. e tutte queste trè sorti d'anelli si misurrono diuersamente, onde daremo le misure di ciascuno fondate nelle 29. e suo Coroll. e nella 30. della nostra Appendice.

E prima l'anello triangolare, che hà la superficie perpendicolare, che guarda verso l'esterno si misurarà cosi.

Prima si sottrarà il semidiametro CQ, dal Q 6. e si multiplicherà il residuo dalla sottratione per la metà dell'altezza perpendicolare

6.4.C

6.4. e questo prodotto per tutta la circonferenza minore C T G, e questo sarà il primo prodotto. Da poi si multiplicherà la differenza delle circonferenze maggiori 6. T 8. dalla minore CTG, per il terzo dell'altezza 6.4. e questo numero generato si multiplicherà per la metà della differenza de semidiametri, e questo sarà il secondo prodotto, che s'vnirà col primo, e tutta la somma sarà la corpolenza dell'anello, che si richiede c. 9.4.8. IG.

Secondo il sodo dell'anello triangolare, che hà la superficie normale, che guarda verso il centro si trouerà così. Si sottrarà il semidiametro Q 3. minore dal maggiore QA, e questa differenza A 3. si multiplicherà per la circonferenza minore 3.7.9. e questo numero che se nè genera si multiplicherà per la metà dell'altezza 3.2. come prima, e questo sarà il primo prodotto. Di poi il terzo della differenza de semidiametri 3. A, si multiplicherà per l'altezza 3.2. e questo numero, che ne nasce si multiplicherà per la differenza della circōferenza maggiore, dalla minore ciò A 7. F da 3.7.9. e questo sarà il secondo prodotto, il quale s'vnirà col primo, e la somma, che ne risulta sarà la solidità dell'anello A 3.2. V F 9. desiderata, e à questi due modi si potrà misurare la scarpa de muri tondi, ò sia interna, ò esterna, e le sue parti.

Finalmente se il modolo dell'anello sarà quadrato comè 6.3.2.4. dell'anello 3.4.1.9. si procederà a questo modo.

Sottrato il semidiametro Q 6. dal semidiametro maggiore Q 3. si multiplicherà per la circonferenza minore 6. T 8. e quel numero, che ne risulta di nuouo si multiplicherà per

l'altezza

l'altezza 6.4. e questo sarà il primo prodotto. Da poi si sottrarà la circonferenza minore 6. T 8, dalla maggiore 3.7.9. e la differenza si multiplicherà per l'altezza 6.4. e questo numero, che ne viene fuori si multiplicherà per la metà di 3,6 differenza de semidiametri, e questo sarà il secondo prodotto, il quale s'vnirà col primo, e quella somma, che si fà, sarà la solidità dell'anello quadrato 3.4.1.9.

CAPITOLO 8.

Delle sodezze de corpi spirali.

Questo corpo non è stato ridotto alle misure cubiche da alcuno, & io non senza gran faticha con l'ajuto di Dio l'hò cubato nel nostro Eucl, nell'espensione 9. dell' tratt. 34. e quì ne daro le regole, le quali saranno molto facili, e piane.

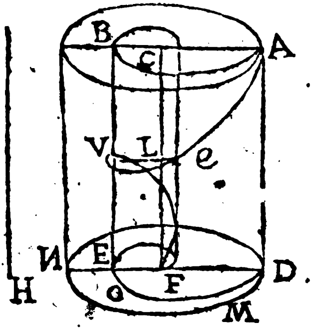
PROPOSITIONE 37.

Trouar la sodezza d'vn corpo spirale, e sue parti vgualmente alto.

Sia dato il corpo spirale ACBDFE, e si vogli saper la solidità, di cui consta, si trouerà l'area spirale DFEOD, come habbiamo insegnato nella 1. parte prop. 16. E questa si multiplicherà per l'altezza DA, la quale ancorche l'asse FC fosse obliquo, sempre si prenderà perpendicolare, & il numero generato darà la sodezza del corpo di base spirale egualmente alto.

E l'istes-

E l'istesso si farà di qualunque spira seconda, e terza, ò qual si sia altra, anzi di qualunque



q; segmento perche trouate le superficij della base, sẽpre si multiplicherà per l'altezza normale di esso corpo, ò segmento, & il numero, che nè nasce sarà il corpo spirale situato sopra la seconda, e terza spira, ò qual si sia suo segmento.

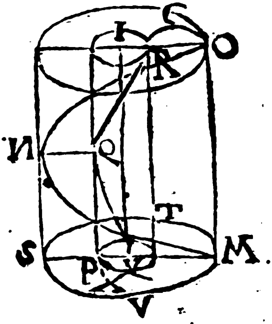
PROPOSITIONE 38.

Trouar la sodezza d'vn corpo, che sia spirale, solo in quanto all'altezza.

Sia il corpo spirale OR, QN, PM, che si auolga attorno all'asse IY; Trouata la base del circolo MTSV, questa si multiplicherà per la metà dell'altezza MO presa se non fosse perpendicolarmente alla base, & il numero generato sarà la solidità del corpo, che si richiede.

Che

Che se s'auolge non attorno all'asse, mà attorno vn cilindro, come è RX, all'hora si



trouarà la base di quel Cilindro, e questa si multiplicherà per la metà dell'altezza PR presa perpendicolarmente, & il numero generato si sottrarà dalla sodezza poco fà ritrouata del corpo spirale OR, QN, MP, e restarà solo il corpo, che s'auolge attorno à quel Cilindro.

PROPOSITIONE 39.

Trouar la sodezza d'vn corpo spirale di base., e d'altezza, che s'agiri con la prima spira.

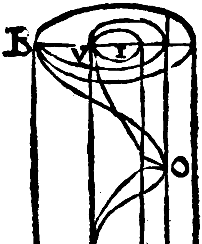
Sia dato il corpo spirale, che in altezza descenda per AEVLFD, come nella figura propositione 37. la cui base sia anche spirale D-OEFD, e di questo si cerchi la solidità.

La regola cauata dalla prop. 59. Coroll. del tratt. 34. sarà di trouare prima l'area del circolo, che comprende la spira DNM, e questa multiplicarla per l'altezza presa perpendicolarmente, come AD, & il numero, che

che da questa multiplicatione si produce si diuiderà in 18. parti, e di quelle se ne prenderanno cinque, e queste cinque parti faranno la solidità, che si ricerca del corpo spirale AEVFD.

Mà se fosse la seconda spira, che si auolgesse entro ad vn circolo, il cui semidiametro fosse al doppio di quello della prima spira, all'hora l'istesso numero, che nasce dalla base circolare multiplicata nell'altezza del cilindro, si diuiderà in 108. parti, e di quelle se ne prenderanno 49 e questo sarà il corpo spirale della seconda spira, il quale s'intenderà collocato sopra l'anello piano, che circonda il primo circolo, & auolgersi attorno al cilindro collocato sopra l'istesso primo circolo, come alla prop. 60. tratt. 34. Coroll. del nostro Euclide.

Mà per render più vniuersale quella propositione da lei cauo questa regola. Sia il dato corpo BONHC, che s'auolge attorno ad vn circolo VT di qualunque base circolare, sia il diametro IB doppio del diametro IV, ò nò conforme esser si voglia.



Si sottraga il semidiametro IV, che sia per essempio 8. dal semidiametro IB, che sia 30. e resterà 22. il qual numero si diuiderà per mezzo, e sarà 11. e di questo si prenderanno due terzi 7. $\frac{1}{3}$, & à questo s'vnirà la metà del semidiametro IV, che è 4. e sarà tutta la somma 11. $\frac{2}{3}$. S'vnirà pur anche il semidiametro IV parti 8. con la metà d'VB di parti 11. e si farà 19. e da questo sottratto 11. $\frac{2}{3}$, restarà 7. $\frac{1}{3}$, de quali si prenderà la metà 3. $\frac{4}{6}$, e s'vnirà con gli altri 11. $\frac{2}{3}$, e farà 15. $\frac{1}{3}$, e questo numero, e l'altro 19. si conseruarà.

Di poi si trouarà la base spirale CHN per la prop. 16. della 2. parte di questo, e si multiplicherà per tutta l'altezza, e questo multiplicato si diuiderà per il trouato numero 19. & il quotiente, cioè quel numero, che nasce da questa diuisione si multiplicherà per l'altro ritrouato numero 15. $\frac{1}{3}$, e quello, che prouiene da questa multiplicatione sarà la solidità del corpo spirale BONTCH auiticchiato attorno al cilindro VT.

Questa regola è vniuersale, e può seruire per qualunque corpo spirale di qualunque spira, e benche immediatamente non sia prouata da me, pur è fundata sù l'istessa propositione 60. del nostro Euclide.

E si raccoglie da essa, perche colà dimostriamo la proportione, ch' hanno trè progressioni aritmetiche, in cui distinguo il corpo spirale mancante in altezza, à due progressioni del corpo spirale equialto la prima delli anelli, eguali al minimo circolo VI, che manca da vna parte, e però per la metà di se, la seconda delli anelli, che sono descritti in BV trà l'vno, e l'altro circolo, che mancano vn terzo di se, e però di BV prendo due terzi, e della metà pure due terzi. La terza, e di quello resta dettrato ciò del corpo spirale equialto, il quale resta distinto in due progressioni l'vna, che nulla manca delli

anelli.

anelli d'VI, e però prendo tutto VI l'altra descritta in BV, che manca la metà di se, e però prendo la metà di BV per far tutte le due progressioni del corpo spirale equialto, da cui dedotte le prime due, per le trè progressioni, che mancano la metà di se prendo la metà del residuo, e così hò tutta la proportione, che dice il corpo spirale descendente al corpo spirale equialto, che essendo di varij anelli ben si esprime ne diametri per la 45. del tratt. 10. del nostro Euclide. Onde saputa la proportione dell'vno rispetto all'altro è trouato il corpo spirale equialto per la regola del trè si troua l'altro descendente.

CAPITOLO 5.

Delle Mette concaue, e globose.

L'vltimo genere di corpi, li quali siano dà superficij curue circondati, e di qualche regolarità dottati sono le Mete, le quali anticamente seruiuono per segno alle carriere, e doue haueuano da terminar il suo corso, e benche quelle fossero sempre globose, e tonde, nulladimeno si possono distinguere in due specie, l'vna diciamo globosa, che hà per modolo della sua elleuatione vna superficie compresa da due portioni di circolo, ò di Ellipsi, e terminata da vna linea retta, come ABC, che gli serue per base, l'altra pure di due archi di circolo, ò di Ellipsi compresa, mà volti al contrario TSM, e però la chiamo concaua, le quali potranno intendersi collocate sopra basi quadrangole, e diransi quadrangolari, ò sopra basi circolari, e diransi circolari, e di queste quattro sorti di corpi

Intendiamo darne la cubatione.

PROPOSITIONE 40.

Trouare la solidità d'vna ottaua parte della Meta concaua quadrata.

La Meta concaua quadrata, chi ben la considera, non è altro, che otto mezze Lunette voltate con le ponte in sù, come prouo alla prop. 45. tratt. 34. del nostro Euclide.

Sia dunque data la metà d'vna tal Meta ABC, la cui normale sia EA, dunque la sua LABE quarta sarà la metà d'vna Lunetta XZYV, & il suo sodo sarà dell'istesso corpo, che la chiude, e l'inuolge. Si trouerà dunque la sua solidità all'istesso modo di questa ottaua parte, che della metà del corpo, che chiude la Lunetta prop. 19. di questa parte, e poi si multiplicherà per otto, e sarà la Meta concaua.

E l'istesso si farà delle sue parti AT, che della parte VN della metà della Lunetta medesima.

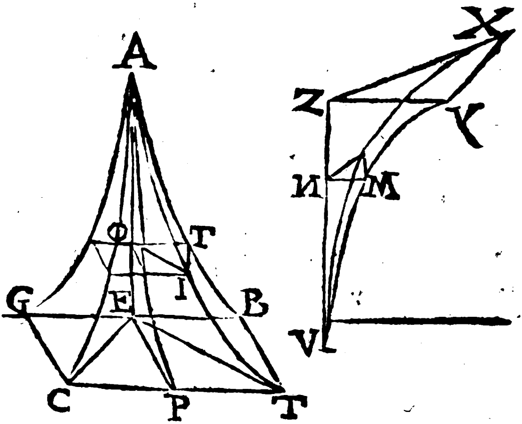
PROPOSITIONE 41.

Trouar la solidità della Meta concaua; circolare, Elliptica, ò poligona regolare.

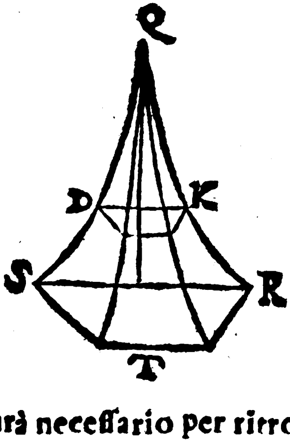
Habbiamo prouato alla prop. 56. del nostro Euclide, che hà l'istessa proportione, purche sia dell'istessa altezza normale la Meta concaua quadrata alla circolare, come la base quadrata al circolo inscritto;

O come

O come il rettangolo all' Ellipsi inscritto: che se fosse figura rettilinea regolare, ò di lati



tutti eguali ' ò alternatamente eguali inscritta in quella quadrata, ò rettangola la Meta concaua quadrata sarà alla Meta poligona, come il quadrato al poligono.



Però sarà necessario per ritrouar la sodezza d'vna tal Meta prima trouar la solidità

 della

della quadra, ò rettangola BAC, di poi l'estentione della sua base BC, indi la superficie della base circolare, ò poligona, ò Elliptica RTS, e poi seruendosi della regola delle proportioni, si dirà, se BC quadro, ò rettangolo dà RTS base inscrita, che darà la solidità BAC, e darà la Meta concaua RQST collocata sopra la base RST poligona circolare, ò Elliptica inscriptibile nel quadrato, ò rettangolo BC.

E questa regola, che serue per il tutto, dourà egualmente seruir per le parti, purche siano dell' istessa altezza, e sesto & vna base sia inscriptibile nell' altra, e regolare come habbiamo detto.

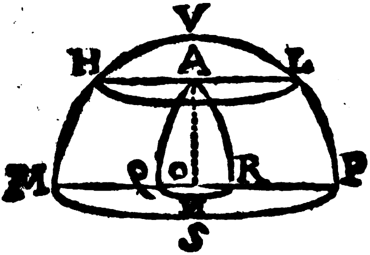
Trouata la superficie della base ITO, e della base DK, e la solidità della portione della Meta TAOI, si dirà se TOI base dà KD base inscritta, che darà la solidità TAOI? e darà DQK. Et auuerti, che ciò tutto s'intende, purche la Meta circolare sia fatta su l'istesso modolo, che la Meta quadrata, e BAG sia l'istesso triangolo mixtilineo, che RSQ.

PROPOSITIONE 42.

Trouar la solidità d' vna Meta globosa circolare.

All' istesso modo si trouerà questo corpo, che habbiamo trouate le sue superficij, come habbiamo notato nel preludio di questo libro.

Si troui la sodezza della portione MPS-HL della semisfera PVM dell' istessa altezza, i cui archi siano fatti con l'istesso semidiametro, che gli archi della data Meta glo-



bosa RAQ, che si deue misurare; e si troui la superficie del suo massimo circolo PSM, si come la superficie del circolo RNQ, che stende la base alla Meta globosa RAQ, e poi si dica adoprando la regola delle proportioni, se il circolo RSM massimo della semisfera, ò sua portione LM dà il circolo RNQ, che darà la sodezza della medesima portione LM? & il numero, che nasce dalla regola delle proportioni sarà la solidità della Meta, che si desidera.

Che se fosse quadrata, ò rettangola, ò Elliptica la Meta RAQ, si dourà trouar la solidità d'vna portione di sfera quadrata, ò rettangola dell' istessa altezza, mà si deue osseruare nelle basi Ellipticbe, ò rettangole, che l'Ellipsi, ò rettangoli sopra cui è collocata la portione della sfera siano dell' istessa proportione, il che succederà nell' Ellipsi, se il rettangolo, che la circonscriue sia proportionale, e i rettangoli saranno proportionali, se i lati haueranno proportione frà loro, & il lato più lungo d'RQ, che circonscriue la figura RNQ sia al lato suo più corto, come il lato più lungo, che circonscriue la figura PSM al lato suo più corto per la deff. 1. tratt. 10. Anzi con questa conditione vale di qualunque altra figura, purche gli archi PL, AR, AQ, HM del circolo, ò di qualche Ellipsi tanto della Meta, quanto della portione della sfera siano gli stessi, e collocati nell' istessò modo.

E questò si dice del tutto, si dice anche, e s'intende con l'istessa conditione delle parti.

CAPITOLO 10.

Del misurare tutti i corpi vacui di dentro, ò di serie infiniti.

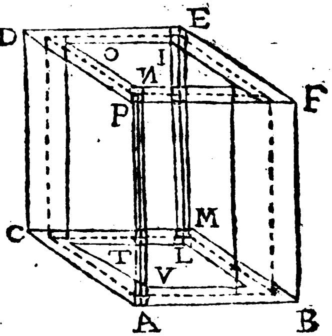
Questa propositione è quella, che le precedenti applica alle operationi, perche quasi non si dà corpo da misurare, il quale sia tutto pieno, e massime nelle Volte le quali sono per la maggior parte sfere rettilinee di base; mà vote di dentro: però se bene nelle precedenti habbiamo toccato il modo di misurare qualche corpo vacuo, però come ciò deue potersi applicare à tutti i corpi, come che qualunque possi esser tale, habbiamo differito sin hora il trattarne. Si possono dunque misurare in due modi i corpi vacui. L'vno è misurandoli come superficij, l'altro come corpi, & di ambidue questi modi daremo le regole.

PRO-

PROPOSITIONE 43.

Misurare i corpi vacui di egual grossezza per ogni parte, come superficij.

Quando si misura vn corpo vacuo al modo di superficie, si deue misurare ne la superficie interna, ne esterna, mà la media, trà l'vna, e l'altra, e questa multiplicarla con la grossezza, e ne verrà la solidità del corpo vacuo, poiche in ogni corpo concauo essendo più breue, e constretto l'ambito interiore, che l'esteriore, se si multiplicherà per la superficie interiore la sua grossezza darà il corpo meno del vero, e se per l'esteriore più del vero. Douerà dunque multiplicarsi per la superficie di mezzo, acciò quella superficie multiplicata per la sua grossezza dia la vera corpolenza del corpo concauo.



Per essempio sia EALN vacuo in mezzo, e sia AC palmi 12. CD palmi 18. AB palmi 8. la sua grossezza palmi 2. & per ciò il lato OI interno palmi 4. NO palmi 8. Per la prop. 12 parte 2. le superficij tutte esteriori saranno

palmi

palmi quadri 720. che multiplicate con la sua grossezza palmi 2. daranno palmi cubi 1440. Le superficij interne sono palmi 432. per l'istessa prop. e multiplicate per la sua grossezza sarebbono 864. conti ambidue falsi, come consterà nella seguente: bisogna dunque prendere la superficie media puntata, dalla quale si ottengono i lati, sottrahendo l'interno dall'esterno TV da AC, & IT da CM, & aggiungendo al minore la semidifferenza dall'vno all'altro, e così il lato pontato medio, trà VT, e AC, sarà palmi 10. il lato pontato medio, trà TI, e CM palmi 6. & il lato CD palmi 18. Per ilche tutta la superficie media põtata sarà palmi 576. che multiplicata cõ la grossezza p. 2. dà palmi 1152. e tale è veramente la corpolenza del Pilastro vacuo DBEA, & auuertasi, che la superficie, sopra cui si misurerà la grossezza, come è la DEFPLON non si considera mai in questo conto.

PROPOSITIONE 44.

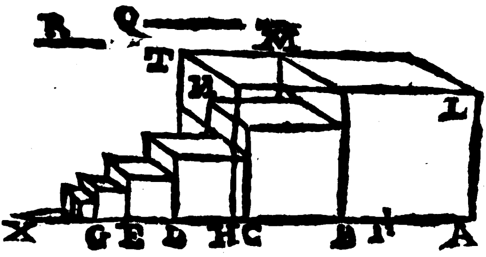
Misurare i corpi vacui di egual grossezza per ogni parte come corpi, per via di sottratione.

Sia il corpo vacuo quale nella precedente DFEA, che s'habbi da misurare. Si misurarà prima come se fosse tutto pieno per la propositione 1. di questo, e perche AC è palmi 12. e AB palmi 8. l'area sarà palmi quadri 96. che multiplicata con l'altezza palmi 18. da palmi cubi 1728. Da poi si misurerà il vacuo, come se fosse pieno, e perche IT è palmi 4. VT palmi 8. la base sarà di estentione piana palmi 32. che multiplicata con l'altezza palmi mi 18. si farà il vacuo misurato, come se fosse corpo palmi cubi 576. si sottrarà dunque questo vacuo dal pieno precedente 1728. e resterà il pilastro voto palmi cubi 1152. come prima. E questa propositione, si come la precedente è commune à tutti i corpi vacui; onde si potrà adoperare in ogni sorte di corpo, di cui in questa terza parte habbiamo dato le regole di misurarli.

PROPOSITIONE 45.

Misurare vna serie infinita di corpi decrescenti con proportione Geometrica dati i due primi corpi.

Già nella prop. 18. dalla prima parte hò spiegato qual sia la proportione Geometrica; Hora se fosse data vna fuga, & ordine di corpi, come AX, i quali à poco à poco s'andassero diminuendo geometricamente sino bene all'vltimo niente, se fosse possibile, e ci fosse ordinato di misurare quella serie di corpi, Si



misureranno i lati BA piedi 16. & BC 8. de due primi corpi AM, BN, & à questi lati BA 16, & BC 8. si trouerà il terzo proportionale, le, multiplicando il lato BC di piedi 8. per se stesso, e farà 64. e poi diuidendo questo numero per 16. e darà 4.

Et di nuouo alli due 8. e 4. all'istesso modo si trouarà vn terzo proportionale, che sarà 2. e questo rispetto à due primi 16. & 8. sarà il quarto proportionale BI, il quale si sottrarà da BA primo lato, che è palmi 16. e resterà 14. Dirai dunque con l'aiuto della regola delle proportioni: se 14. da 16. che darà l'istesso 16. e darà 18. e $\frac{4}{14}$ se dunque i corpi saranno cubi, come nella figura, ò pilastri, basterà multiplicare 18. e $\frac{4}{14}$ per il latto BA, e farà 292. e $\frac{8}{14}$ e poi di nuouo per l'altro cõgiunto à questo in A, che ne corpi cubi è pur anche 16 e farà 4685. piedi cubi, e questa quantità sarà eguale alla serie AX. Se poi fosse qualche altro corpo, che non fosse cubo, ne à modo di pilastro si farà così.

Si misurerà il primo corpo, il quale per essempio sia di corpolenza palmi cubi 1248. e poi cõ l'aiuto della regola delle proportioni si dirà se il latò AB piedi 16. dà il lato AH piedi 18. $\frac{4}{14}$ che darà 1248. & il numero che ne viene sarà 1404. $\frac{6}{14}$ e questa quantità sarà eguale alla serie infinita AX de corpi decrescenti con geometrica proportione, de quali il primo termine fosse di corpolenza palmi cubi 1248. & hauesse vn lato di palmi 16. si come il secondo di palmi 8. come prouo prop. 52. tratt. 35. del nostro Euclide.

Di

APPENDICE I.

Di ridurre la superficij piane à varie sodezze.

Perche nel cap. 4. prop. 11. del preludio parmi d'esser stato troppo succinto nel ridurre le corpolenze à varie grossezze, hò pensato quì darne vn poco più ampia notitia.

Si può dunque fare in due modi, ò pure calcolar prima la solidità secondo le regole date nella citata prop. 11. e poi ridurle ad altro genere di corpolenze, ò pure sù le superficij immediatamente inalzare quei corpi, che più sarà à grado al Misuratore.

E circa il primo habbiamo da quella operatione Trabucchi cubi, Piedi quadri d'vn Trabucco grossi vn piede, onze quadre d'vn Trabucco grosse vn ouza, i quali corpi volendoli ridurre ad altre grossezze si seruaranno le seguenti regole intendendo per il Trabucco à cui si reducono vn Trabucco quadrato, per piede vna quantità larga vn piede, lunga vn Trabucco, ch' habbino però tutti vna istessa altezza, ò di 10. ò di 6. ò di quante onze parerà: mà l'onze saranno di due sorti, l'vne che chiamaremo Pedali larghe vn piede lunghe vn Trabucco l'altre semplici larghe vn onza lunghe vn Trabucco alte ambidue non più, che vn' onza.

Redutione in Sodezza.

	D' onze 10.				D' onze 9.			
	Tr.	P.	o.	p.o.	Tr.	P.	o.	p.o.
Ogni Trab. fà	7	1	2	0	8	0	0	0
Ogni piè fà	1	1	2	0	1	2	0	0
Ogni onza	0	0	6	0	0	0	6	0
Ogni punto fà	0	0	[illegible]	0	0	0	[illegible]	0

Ridur-

Ridurre in Sodezza.

	D'onze 8.				Di onze 6.			
	Tr.	P.	o.	p. o.	Tr.	P.	o.	p.o.
Ogni Trabuc. fà	9	0	0	0	12	0	0	0
Ogni piede	1	3	0	0	2	0	0	0
Ogni onza	0	0	6	0	0	1	0	0
Ogni punto	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0

Per ridurre poi in sodezze d'onze 4. si prenderà il doppio della redutione d'onze otto, e per ridurre in onze 3. il doppio del ridotto d'onze 6. e si vorranno d'onze 12. la redutione d'onze 6. si partirà per mezzo, auertendo, che dell' onze pedali all' hora si farà vn piede quando crescerà il lor numero à tal quantità che eguaglij il numero dell' onze della grossezza, à cui si fà la reduttione l'onze semplici poi faranno vn'onza Pedale se saranno 12. & i piedi vn Trabucco se saranno 6.

Per essempio. Sia l'area T. 1. P. 1. on. 1. che multiplicata per la sua altezza T. 1. P. 2. habbi fatto il sodo, Tr. 1. P. 3. on. 5. punti 4. e si voglij sapere, quali sodezze generino d'onze 10. si farà come quì vedi la reduttione.

Reduttione	T. 1.	P. 3.	onze 5.	p. 4.
De Trabucchi	7	1	2	0
De Piedi	3	3	6	0
Dell' Onze		2	10	0
De Punti			2	0
Somma	11	2	0	0

Mà se l'aree, e superficij calculate, si volessero immediatamente ridurre in corpi di determinata grossezza per essempio d' onze 10. ò di 8. &c. si seruaranno le seguenti regole intendendo i corpi generati di quelle dimentioni, che habbiamo spiegato in questa istessa appendice.

Calcu-

Calculare le superficij, e ridurle in corpi.

	D' onze 12				D' onze 10.			
	T. P. o. p. o.				Tr. P. o. p. o.			
	Tr. per Tr. fà				Tr. P. o. p. o.			
Tr. per Tr. fà	6	0	0	0	7	1	2	0
Tr. per Piedi fà	1	0	0	0	1	1	2	0
Tr. per onza	0	0	6	0	0	0	6	0
Piede per Piede	0	1	0	0	0	1	2	0
Piede per onze	0	0	0	6	0	0	6	0
Onza per onza	0	0	0	1	0	0	0	1

	D' onze 9.				D' onze 8.			
	Tr. P. o. p. o.				Tr. P. o. p. o.			
Tr. per Tr. fà	8	0	0	0	9	0	0	0
Tr. per Piè fà	1	2	0	0	1	3	0	0
Tr. per onza	0	0	6	0	0	0	6	0
Piede per piede	0	1	3	0	0	1	4	0
Piede per onz	0	0	1	0	0	0	1	0
Onza per onza	0	0	0	1	0	0	0	1

	Tr.	P.	on.
Area di	2	1	1
Altezza di	1	2	0
Tr. per Tr.	12	0	0
Tr. per Piè	4	0	0
	1	0	0
Tr. per on.	0	0	6
Piè per Piè	0	2	0
Piede per on.	0	0	12
Onza per on.			0
Somma	17	3	6
Duplic.	35	1	0

Per far corpi d'onze sei, il prodotto d'onze 12. si duplicherà. Per far corpi d'onze quatro il prodotto di 8. si duplicherà, e cosi per far corpi grossi onze cinque il prodotto di onze 10. Per far corpi grossi on. 3. il prodotto di 12. si quadruplicherà, ò pure si prenderanno i numeri doppij, ò quadruplichi nelle predette tauole.

Per essempio siano da inalzarsi sopra l'area di Tr. 2. P. 1. on. 1. sodezze d'onze 6. in altezza d'vn d'vn trabucco on. 2. si ridurrà in sodezza d'onze 12 à questo modo che vedi quì à fianco.

APPENDICE 2.

Nella prop. 31. della 2. parte habbiamo insegnato di trouar la superficie d'vn corpo spirale egualmente alto solo della prima spira: mà se fosse corpo della seconda spira si sottrarà il circolo minore della base del Cilindro, attorno à cui s'auolge la seconda spira dal circolo maggiore della base del cilindro, che la contiene, e la metà della differenza, che resta vnita col predetto circolo minore si multiplicherà per l'altezza del Cilindro spirale, e sarà la superficie della seconda spira, e in tal modo si farà anche se fosse la terza, ò quarta, ò qualunque superficie spirale.

IL FINE.

APPROVATIONE.

HOC opus inscriptum modo di misurar le fabbriche à P. D. Guarino de Guarinis Theologo nostro compositum, & iuxta assertionem P. P. cui id commisimus approbatum vt Typis mandetur, quoad nos spectat facultatem concedimus, in quorum fidem presentes litteras manu propria subscripsimus, & solito nostro sigillo firmauimus. Romæ pridie Kal. Nouembris 1664.

Carolus Pignatellus Præp. Generalis C. R.

D. Fr. de Riua.

Impr. Vic. Gen. S. Officij Taurini.

Permittitur imprimi Rocca AP. Generale.

BOSCHETTVS.

INDICE DEL PRELVDIO.

Doue si pongono alcune cognitioni necessarie per ben misurare.

INDICE DELLA I. PARTE.

In cui si misurono le Superfitij

INDICE DELLA II. PARTE.

In cui si misurono le superficij de corpi quì annouerati.

Volto

INDICE DELLA III. PARTE.

In cui si misurono i corpi.

AVERTIMENTO.

SI hà d'auertire nella prop. 20. della 3. parte p. 158. che la metà di quella sfera rettangola MNTVX, e anche la metà d'vn' ottaua parte d'ottagona se il lato TV sarà la metà d'vn lato d'vn ottagono, e così d'vn pentagono, ò sessagono, ò di qualunq; figura regolare, onde il conto della corpolenza di questa sfera multiplicato per il numero de lati sarà il conto di qualunq; sfera pentagona, sessagona, ò posta sopra qualunq; figura regolare. Che se la figura fosse irregolare all'hora tirata la normale NT dal mezzo N sopra ogni lato di essa, come TV di TV portione d'vn lato, e TN normale si formerà il rettangolo NV, e così di tutte l'altre portioni di lati, in cui sono diuisi dalle normali, quale è NT, e si fara il conto come di tante sfere rettangole, come iui insegno, che saranno al doppio de lati, e di ciascuna si prenderà la metà, e di tutte queste metà la somma sarà la sodezza della sfera posta sopra vna figura rettilinea irregolare.

Auerti ancora, che il secõdo modo di misurer li pezzi di Piramidi p. 141 può seruire anche per quei pezzi, le cui basi sono ottagone, ò di qualunq; figura regolare, ò irregolare.

Auerti ancora, che ogni cumulo, ò monte di qualunq; cosa come di Sabbia si potrà misurare, come vna Conoide Parabolica, ò Iperbolica.